

Научно-исследовательская статья/Applied research article

УДК 528.375

<https://doi.org/10.33764/2411-1759-2026-31-3-18-26>

Оценка разностей физических высот, получаемых методом хронометрического нивелирования, с высотами в нормальной системе

Е. Г. Гиенко^{1✉}, И. Г. Ганагина¹, О. А. Опритова¹

¹Сибирский государственный университет геосистем и технологий, г. Новосибирск, Российская Федерация

e-mail: elenagienko@yandex.ru

Аннотация. В статье выполнена оценка разностей физических высот точек, отнесенных к разным системам. Система физических высот (нормальных, ортометрических, динамических) в хронометрическом нивелировании определяется выбором некоторого значения силы тяжести в формуле перехода от разности гравитационных потенциалов к разностям высот. В опубликованных экспериментах по хронометрическому нивелированию получались динамические высоты, отнесенные к среднему значению силы тяжести в определяемых точках, в то время как в России принята система нормальных высот. Показано, что во всхолмленной и горной местности на территории размером 1° по широте расхождения между нормальными и динамическими высотами могут достигать 10 см. Составлена картосхема разностей нормальных и ортометрических высот на территории России, отображающая участки, где этими разностями можно пренебречь при имеющейся точности измерений. Продемонстрировано, что для 86 % территории разность ортометрических и нормальных высот не превышает 5 см, что объясняется преимущественно равнинным характером рельефа России. В результате оценки точности имеющиеся ошибки аномалии высоты и модели рельефа практически не оказывают влияния на оценку разности ортометрических и нормальных высот.

Ключевые слова: нормальные высоты, ортометрические и динамические высоты, Международная система отсчета высот, релятивистская геодезия, гравитационный потенциал, цифровая модель рельефа, модели гравитационного поля Земли

Для цитирования:

Гиенко Е. Г., Ганагина И. Г., Опритова О. А. Оценка разностей физических высот, получаемых методом хронометрического нивелирования, с высотами в нормальной системе. *Вестник СГУГиТ*. 2026. Т. 31, № 3. С. 18–26. <https://doi.org/10.33764/2411-1759-2026-31-3-18-26>

Comparison of physical heights from chronometric leveling with orthometric heights

E. G. Gienko^{1✉}, I. G. Ganagina¹, O. A. Opritova¹

¹ Siberian State University of Geosystems and Technologies, Novosibirsk, Russian Federation

e-mail: elenagienko@yandex.ru

Abstract. The article compares physical heights referenced to different vertical systems. In chronometric leveling, the choice of physical-height system (normal, orthometric, dynamic) depends on the gravity value used to convert gravitational and potential differences into height differences. Published chronometric leveling experiments yielded dynamic heights tied to the mean gravity at the measured

points, whereas the Russian national system employs normal heights. It is shown that in hilly and mountainous terrain over areas measuring 1 degree in latitude discrepancies between normal and dynamic heights may reach 10 cm. A map of differences between normal and orthometric heights across the territory of Russia is produced, identifying regions where those differences are negligible given current measurement accuracy. For 86% of the country the orthometric and normal height difference does not exceed 5 cm, which is largely attributable to Russia's predominantly flat relief. Accuracy assessment indicates that present errors in the height anomaly and in the terrain model have a negligible effect on estimates of orthometric and normal height differences.

Keywords: normal heights, orthometric and dynamic heights, International Height Reference System, relativistic geodesy, gravitational potential, digital relief model, models of the Earth's gravitational field

For citation:

Gienko E. G., Ganagina I. G., Opritova O. A. (2026). Comparison of physical heights from chronometric leveling with orthometric heights. *Vestnik SSUGiT [Vestnik SSUGT]* Vol. 31, No. 3. pp. 18–26. <https://doi.org/10.33764/2411-1759-2025-31-3-18-26>

Введение

В системах физических высот в гравитационном поле Земли вертикальные координаты точек на поверхности Земли задаются расстояниями между некоторой опорной и текущей уровенными поверхностями поля силы тяжести. Разность высот точек в физическом смысле определяется через разность потенциалов силы тяжести, или работу, которую совершает сила тяжести при перемещении из одной точки в другую.

В терминах потенциальных параметров определяется современная Международная система отсчета высот (International Height Reference System, IHRIS) [1], где вертикальные координаты точки A , находящейся на поверхности с гравитационным потенциалом W_A , представляют собой геопотенциальные числа C_A

$$\Delta W_A = C_A = W_0 - W_A, \quad (1)$$

относящиеся к эквипотенциальной поверхности гравитационного поля Земли, реализуемой стандартным значением $W_0 = 62\,636\,853,4 \text{ м}^2\text{с}^{-2} \pm 0,02 \text{ м}^2\text{с}^{-2}$ [2].

В релятивистской геодезии разность гравитационных потенциалов определяется по релятивистскому смещению частоты атомного стандарта, что соответствует концепции IHRIS определения высот через геопотенциальные числа [3–6]. Однако для практических приложений необходим переход от геопотенциаль-

ных чисел к метрическим высотам. Высота точки A над принятой уровенной поверхностью с потенциалом W_0 определяется по формуле [7]

$$H_A = \frac{W_0 - W_A}{g}, \quad (2)$$

где $W_0 - W_A$ – разность гравитационных потенциалов между нулевой уровенной поверхностью и уровенной поверхностью в точке A , g – сила тяжести в точке A .

Знаменатель в формуле (2) можно рассматривать как коэффициент для перехода от размерности гравитационного потенциала ($\text{м}^2/\text{с}^2$) к линейной метрической размерности (метрам). В зависимости от выбора знаменателя различают несколько физических систем высот: ортометрические, нормальные и динамические [7].

Поскольку в хронометрическом нивелировании измеряется разность гравитационных потенциалов между стационарным и мобильным стандартами частоты, то выбор знаменателя при переходе к метрическим высотам будет определять систему высот [8]. Так как в России принята система нормальных высот, то окончательные результаты хронометрического нивелирования следует представлять именно в этой системе. Для обоснования рекомендаций по переходу от результатов хронометрических измерений к нормальным высотам необходима количественная оценка разностей нормальных высот с

физическими высотами, получаемыми хронометрическим нивелированием.

Методы и материалы

Отношение высот одной и той же точки в двух разных системах, по определению и формуле (2), есть

$$H^{(1)} - H^{(2)} = H^{(2)} \left[\frac{g^{(2)}}{g^{(1)}} - 1 \right] = H^{(2)} \frac{\Delta g}{g^{(1)}}, \quad (4)$$

где $\Delta g = g^{(2)} - g^{(1)}$.

Оценка разностей динамических и нормальных высот. В экспериментах по реализации метода хронометрического нивелирования [9–13] при вычислении разностей высот использовалось некоторое среднее ускорение силы тяжести $g_{\text{ср}}$, измеренное на поверхности Земли в точках расположения стандартов частоты. При таком подходе, по определению, вычисляются динамические высоты H^d на локальной территории, охватываемой измеряемыми точками.

По классическому определению динамической высоты [7] знаменатель в формуле (2) при переходе от геопотенциальных чисел к высотам есть среднее значение нормальной силы тяжести на заданной территории $\gamma_{\text{ср}}$. Для вычисления же нормальных высот используется значение нормальной силы тяжести γ_A , зависящее от географической широты и высоты точки над эллипсоидом. Нормальное значение силы тяжести на эллипсоиде ($H = 0$) в точке с широтой ϕ вычисляется по формуле Сомильяна – Пицетти [14]

$$\gamma_A^0 = \frac{\gamma_e \cdot a \cdot \cos^2(\phi) + \gamma_p \cdot b \cdot \sin^2(\phi)}{\sqrt{a^2 \cdot \cos^2(\phi) + b^2 \cdot \sin^2(\phi)}}, \quad (5)$$

и, на высоте H_A , с учетом вертикального градиента

$$\gamma_A = \gamma_A^0 + \frac{\partial \gamma}{\partial h} \cdot \frac{H_A}{2}, \quad (6)$$

где γ_e, γ_p – нормальное значение силы тяжести на экваторе и на полюсе соответственно;

$$H^{(1)} / H^{(2)} = g^{(2)} / g^{(1)}, \quad (3)$$

где верхние индексы обозначают соответствующую систему высот.

Отсюда разность высот одной и той же точки в двух системах, в зависимости от выбора знаменателя, будет равна

a, b – большая и малая полуоси эллипсоида;

$\frac{\partial \gamma}{\partial h}$ – вертикальный градиент нормального поля силы тяжести;

H_A – геодезическая высота точки A .

Согласно формуле (4), разность нормальной H_A^γ и динамической высоты H_A^d определяется соотношением

$$H_A^d - H_A^\gamma = \frac{\gamma_A - \gamma_{\text{ср}}}{\gamma_{\text{ср}}} \cdot H_A^\gamma. \quad (7)$$

Оценка разностей нормальных и ортометрических высот на территории Российской Федерации. Разность между ортометрической H^g и нормальной H^γ высотами точки оценивалась по формуле [15]

$$H^g - H^\gamma = \frac{\Delta g_B}{\gamma_\phi} H^\gamma, \quad (8)$$

где γ_ϕ – значение нормальной силы тяжести на общеземном эллипсоиде на широте точки наблюдения ϕ , вычисленное по формуле Сомильяна – Пицетти (5); Δg_B – аномалия Буге.

Разности ортометрических и нормальных высот на территории Российской Федерации вычислены в 3 231 точке, расположенных в узлах регулярной сетки $1^\circ \times 1^\circ$. Аномалии силы тяжести в редукции Буге получены по данным ультравысокостепенной глобальной модели XGM2019_2159 [16] с помощью онлайн-калькулятора ICGEM [17]. Здесь аномалия силы тяжести Буге рассчитывается с помощью сферического приближения классиче-

ской гравитационной аномалии за вычетом $2\pi G\rho H$ [18]. Высоты H над уровнем моря рассчитаны на основе сферической гармонической модели рельефа (ЕТОРО1), используемой в той же максимальной степени, что и модель гравитационного поля. Для $H \geq 0$ (скала) плотность принимается за $\rho = 2\,670$ кг/м³, а для $H < 0$ (вода, океан) $\rho = 1\,025$ кг/м³.

На большей части сухопутной территории России аномалии Буге принимают значения от -80 до $+80$ мГал, 13 % территории с аномалией Буге от -90 до -290 мГал, 86 % территории имеют отрицательные значения аномалии Буге, максимальное значение $+172$ мГал, а для наивысшей точки России (гора Эльбрус) аномалия Буге $-353,6$ мГал.

Для расчета разностей нормальных и ортометрических высот по формуле (8) нормальные высоты на территорию Российской Федерации определялись по цифровой модели рельефа (ЦМР), созданной в виде матрицы высот с размером ячейки 100 м, с использованием данных цифровых топографических карт (ЦТК) масштаба 1 : 100 000 и общедоступных данных ЦМР ALOS (AW3D30) [19].

Минимальное значение нормальной высоты составляет $-27,2$ м (Прикаспийская низменность), максимальное значение высоты для Российской Федерации – 5 642 м (гора Эльбрус).

Результаты исследования и их обсуждение

Оценка разностей нормальных и динамических высот выполнена на ограниченной территории (разность широт 2° , разность геодезических высот от 0 до 500 м), где $\gamma_{\text{ср}}$ вычислено по формулам (5) и (6) для средней широты 45° и высоты над эллипсоидом $H_{\text{ср}}$. В табл. 1 приведена оценка разностей динамических и нормальных высот со средним вертикальным градиентом, равным $3,0877\text{E-}06$ 1/с². Здесь же указаны диапазоны расхождений вычислений, обусловленные отличием измеренного вертикального градиента от его нормального значения (около 700 Э, $7 \cdot 10^{-7}$ 1/с², [20]).

Таблица 1. Разность динамических и нормальных высот на территории, ограниченной по размерам и высоте

Ши- рота, °	Разность геодезических высот ($H - H_{\text{ср}}$), м				
	0	100	200	300	500
	$H_A^d - H_A^\gamma$, мм				
44,0	9 ± 1	22 ± 2	37 ± 2	56 ± 5	103 ± 10
44,5	5 ± 1	12 ± 2	23 ± 2	37 ± 5	75 ± 10
45,0	0	3 ± 2	9 ± 2	19 ± 5	47 ± 10
45,5	-5 ± 1	-6 ± 2	-4 ± 2	0,4 ± 5	20 ± 10
46,0	-9 ± 1	-15 ± 2	-18 ± 2	-18 ± 5	-8 ± 10

Как видно из табл. 1, задание в знаменателе некоторого среднего для выбранной территории значения нормальной силы тяжести на поверхности земли (или на средней высоте региона) приводит к разностям с нормальными высотами до 10 см на территории шириной 1° по широте при разности высот 500 м (во всхолмленной и горной местности). Таким образом, применение динамических высот (или задание некоторого среднего значения силы тяжести в формуле (2) в хронометрическом нивелировании) ограничено как по площади охватываемой территории, так и по характеру рельефа.

Результаты вычисления разностей ортометрических и нормальных высот на территории Российской Федерации приведены в табл. 2.

Таблица 2. Результаты вычисления разностей ортометрических и нормальных высот точек на территории Российской Федерации

Диапазон разностей высот, см	Количество точек, шт	Количество точек, %
0–0,5	1 760	54,49
0,5–1	296	9,16
1–2,5	445	13,78
2,5–5	290	8,98
5–10	236	7,31
10–20	142	4,40
20–30	35	1,08
30–40	17	0,53
40–50	5	0,15
>50	5	0,12
	3 231	100

Максимальная разница между нормальными и ортометрическими высотами составила $-2,035$ м (гора Эльбрус).

Анализ таблицы разностей ортометрических и нормальных высот на территории Российской Федерации позволяет сделать следующие выводы:

- на значительной части территории (86 %) расхождения между ортометрическими и нормальными высотами не превышают 5 см;
- расхождения в 10–20 см наблюдаются всего в 5 % случаев;
- всего в 5 точках в узлах регулярной сетки наблюдается расхождение более 50 см.

Визуализация полученных результатов приведена на рис. 1. Максимальные значения разностей ортометрической и нормальных высот приходится на горные районы и участки со значительными значениями АСТ в редукции Буге.

Распределение разностей высот на территории Северного Кавказа и Алтае-Саянской горной страны показано на рис. 2.

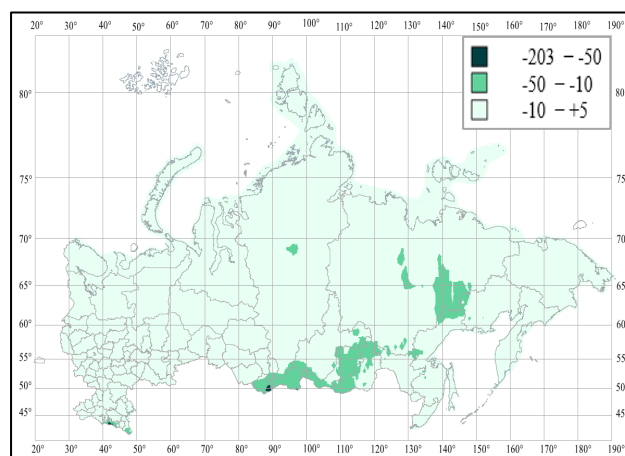


Рис. 1. Разности ортометрических и нормальных высот на территории Российской Федерации, см

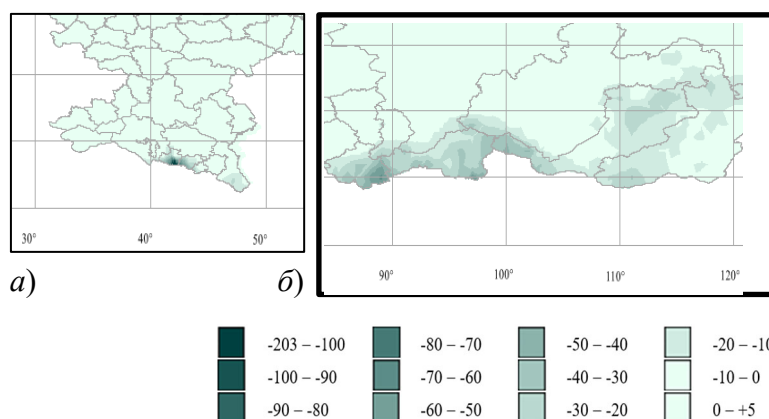


Рис. 2. Разности ортометрических и нормальных высот (см) в горных районах: а) Северный Кавказ; б) Алтае-Саянская горная страна

Оценка точности вычисления разностей ортометрических и нормальных высот. Согласно формуле (8), ошибка разности ортометрических и нормальных высот $m_{\Delta H}$ будет зависеть от ошибки аномалии Буге $m_{\Delta g}$ (вычисляемой по глобальной модели геоида) и от ошибки высоты m_H (определяемой по модели рельефа):

$$m_{\Delta H} = \frac{1}{\gamma_\phi} \sqrt{(m_{\Delta g} \cdot H^\gamma)^2 + (m_H \cdot \Delta g_B)^2}. \quad (9)$$

Оценки точности непосредственно аномалий Буге, вычисляемых с помощью калькулятора ICGEM по глобальной модели геопотенциала XGM2019e_2159, в источниках не было найдено.

В статье [21] на основании данных наземных геодезических и гравиметрических измерений показано, что средняя квадратическая погрешность смешанных аномалий силы тяжести, получаемых по данным комбинированной

модели геопотенциала XGM2019e_2159, составила 3,45 мГал, а средняя квадратическая погрешность чистых аномалий силы тяжести – 3,44 мГал.

Для предварительной оценки точности разности ортометрических и нормальных высот возьмем ошибку аномалии Буге $m_{\Delta g}$, равную 3,5 мГал. Ошибка цифровых моделей рельефа m_H , по данным [22], в лучшем случае составляет величину 1 м, а по оценкам, приведенным в [23], средняя квадратическая ошибка построения матриц высот с размерами ячейки 100 м относительно объектов карты масштаба 1 : 100 000 для горных районов составляет величину около 10 м, для равнинных районов – до 1,6 м.

В табл. 3 приведены результаты предварительной оценки точности вычисления разностей ортометрических и нормальных высот на территории Российской Федерации, $m_{\Delta H}$. Для расчетов взято среднее значение аномалии Буге, вычисленное по всем точкам; ошибка аномалии Буге – 3,5 мГал; ошибка цифровой модели рельефа для равнинных территорий 1,6 м, для горных районов 10 м. В последней строке табл. 3 приведены средние разности ортометрических и нормальных высот, вычисленные для разных диапазонов высот H . Здесь же приведены результаты оценки для точки с высотой 3 018 м (единственный узел регулярной сетки, где высота около 3 000 м) и для горы Эльбрус.

Таблица 3. Оценка точности вычисления разности ортометрических и нормальных высот

H , м	50	100	300	500	1 000	2 000	2 500	3 018	5 642 (Эльбрус)
m_H , м	1,6	1,6	1,6	1,6	10	10	10	10	10
$m_{\Delta g}$, мГал	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
$m_{\Delta H}$, мм	0,2	0,4	1,1	1,8	3,6	7,1	8,9	10,7	20,2
$H^g - H^y$, мм	-0,8	-3,5	-10,0	-15,5	-18,6	-319,7	-542,2	-238,6	-2 035,0

Как видно из таблицы, средние квадратические ошибки вычисления разностей ортометрических и нормальных высот не превышают сами значения $(H^g - H^y)$. Таким образом, имеющиеся ошибки аномалии высоты и модели рельефа практически не оказывают влияние на оценку разности ортометрических и нормальных высот.

Заключение

По результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы. Метод хронометрического нивелирования, обеспечивающий измерение разности гравитационных потенциалов по релятивистскому смещению частоты, соответствует концепции Мировой системы высот ITRS. Однако при переходе от разности гравитационных потенциалов к метрическим высотам возникает неопределенность системы физических высот. В экспериментах по хронометрическому нивелированию вычислялись высоты, отнесенные к динамической системе для локальной

территории проводимого эксперимента. В результате выполненной оценки разности динамических и нормальных высот продемонстрировано, что задание в знаменателе некоторого среднего для выбранной территории значения нормальной силы тяжести на поверхности земли (или на средней высоте региона) приводит к разностям до 10 см на территории шириной 2° по широте с перепадом высот 500 м, что на уровне погрешностей современных хронометрических измерений, и превышает погрешности спутникового нивелирования. Таким образом, применение динамических высот в экспериментах по хронометрическому нивелированию ограничено как по площади охватываемой территории, так и по разности высот определяемых точек. На равнинной территории, ограниченной $0,5^\circ$ по широте, при выполнении хронометрического нивелирования разностью динамических и нормальных высот можно пренебречь (при сантиметровой точности нивелирования).

По результатам оценки разностей нормальных и ортометрических высот на терри-

тории Российской Федерации показано, что на значительной части территории России (86 %) разности между ортометрическими и нормальными высотами не превышают 5 см. Полученные разности можно использовать при интерпретации результатов хронометрического нивелирования. По картограммам можно

определять территории, на которых разностями ортометрических и нормальных высот можно пренебречь при имеющейся точности измерений.

Исследование выполнено в рамках выполнения работ по СЧ НИР «ГЕОТЕХ_КВАНТ-4».

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. IAG Resolutions Adopted by the IAG Council at the XXVIth IUGG General Assembly, Prague, Czech Republic, June 22 – July 2, 2015 [Электронный ресурс]. URL: <https://office.iag-aig.org/doc/5d7b8fd9d31dc.pdf>.
2. Sánchez L., Cunderlík R. et al. (2016). A conventional value for the geoid reference potential W0. *J Geod* (2016) 90:815–835. DOI 10.1007/s00190-016-0913-x.
3. Müller J., Dirx D., Kopeikin S.M., et al. (2017). *High Performance Clocks and Gravity Field Determination. Space Science Reviews, Topical Collection*, 2017. Vol. 214, No. 1, Article 5. DOI 10.1007/s11214-017-0431-z.
4. Kopeikin S.M., Yu I., Vlasov I. & Han W.-B. (2018) *Normal gravity field in relativistic geodesy. Phys. Rev. D* 97, id: 045020. DOI 10.1103/PhysRevD.97.045020.
5. Wu H., Müller J., Lämmerzahl C. Clock networks for height system unification: a simulation study, *Geophysical Journal International*, Volume 216, Issue 3, March 2019, Pages 1594–1607, <https://doi.org/10.1093/gji/ggy508>.
6. Wu H., Müller J. Towards an International Height Reference Frame Using Clock Networks (2020) International Association of Geodesy Symposia, https://doi.org/10.1007/1345_2020_97.
7. Еремеев В. Ф., Юркина М. И. Теория высот в гравитационном поле Земли. Труды ЦНИИГАиК. 1972. Вып. 191. 144 с.
8. Гиенко Е. Г., Ганагина И. Г. К вопросу определения системы высот, реализуемой методом хронометрического нивелирования. Вестник СГУГиТ. 2024. Т. 29, № 5. С. 13–22. DOI 10.33764/2411-1759-2024-29-5-13-22.
9. Канушин В. Ф., Карпик А. П. и др. Определение разности потенциалов силы тяжести и высот в геодезии посредством гравиметрических и спутниковых измерений. Вестник СГУГиТ. 2015. Вып. 3 (31). С. 53–69.
10. Kopeikin S. M., Kanushin V. F., Karpik A. P., Tolstikov A. S., Gienko E. G., Goldobin D. N., Kosarev N. S., Ganagina I. G., Mazurova E. M., Karaush A. A., Hanikova E. A. Chronometric levelling in Siberia. *Gravitation and Cosmology*, 22, 234 (2016). DOI 10.1134/S0202289316030099.
11. Фатеев В. Ф., Смирнов Ф. Р., Карауш А. А. Эксперимент по повышению точности квантового нивелира на основе водородных квантовых часов с использованием фазовых измерений ГЛОНАСС/GPS. Журнал технической физики. 2023. Т. 93, вып. 8. С. 1181–1187. DOI 10.21883/JTF.2023.08.55981.32-23.
12. Фатеев В. Ф., Рыбаков Е. А. Экспериментальная проверка квантового нивелира на мобильных квантовых часах. Доклады Академии наук. Физика, технические науки. 2021. Т. 1(496). С. 21–44. DOI 10.31857/S2686740020060097.
13. Алексейцев С. А., Гусар Д. Ф., Рачков В. Д., Толстиков А. С., Шмидт Л. В. Оценивание гравитационных изменений частоты в задачах хронометрического нивелирования на основе применения спутниковых навигационных технологий. Интерэкспо ГЕО-Сибирь. XVIII Междунар. науч. конгр., 18–20 мая 2022 г., Новосибирск : сборник материалов в 8 т. Т. 2 : Междунар. науч. конф. «Недропользование. Горное дело. Направления и технологии поиска, разведки и разработки месторождений полезных ископаемых. Экономика. Геоэкология». Новосибирск : СГУГиТ, 2022. С. 107–112. DOI 10.33764/2618-981X-2022-8-2-107-112.
14. Торге В. Гравиметрия : пер. с англ. М. : Мир, 1999. 429 с.
15. Пеллинен Л. П. Высшая геодезия (Теоретическая геодезия). М. : Недра, 1978 264 с.
16. Zingerle P., Pail R., Gruber T., Oikonomidou X. The combined global gravity field model XGM2019e. *Journal of Geodesy* (2020) 94:66, <https://doi.org/10.1007/s00190-020-01398-0>.

17. Calculation of Gravity Field Functionals on Ellipsoidal Grids [Электронный ресурс]. URL: <https://icgem.gfz-potsdam.de/calgrid/> (дата обращения: 15.09.2025).
18. Barthelmes F. Definition of Functionals of the Geopotential and Their Calculation from Spherical Harmonic Models. Theory and formulas used by the calculation service of the International Centre for Global Earth Models (ICGEM), <http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/> Scientific Technical Report STR09/02 Revised Edition, January 2013. <https://icgem.gfz-potsdam.de/docs/str-0902-revised.pdf>.
19. ALOS Global Digital Surface Model «ALOS World 3D - 30m (AW3D30)» [Электронный ресурс]. URL: https://www.eorc.jaxa.jp/ALOS/en/dataset/aw3d30/aw3d30_e.htm (дата обращения: 15.09.2025).
20. Канушин В. Ф., Ганагина И. Г., Голдобин Д. Н. Определение вертикального градиента силы тяжести на территорию Западной Сибири. Вестник СГУГиТ. 2021. Т. 26, № 2. С. 101–107. DOI 10.33764/2687-041X-2021-2-101-107.
21. Ганагина И. Г., Канушин В. Ф., Голдобин Д. Н., Зверев И. В. Анализ данных чистых и смешанных аномалий силы тяжести, полученных по результатам работы космических гравиметрических миссий GRACE, GOCE. Интерэкспо ГЕО-Сибирь. XVIII Междунар. науч. конгр., 18–20 мая 2022 г., Новосибирск : сборник материалов в 8 т. Т. 1 : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, карто-графия, маркшейдерия». Новосибирск : СГУГиТ, 2022. С. 130–137. DOI 10.33764/2618-981X-2022-1-130-137.
22. Гусев В. Л., Потапов С. Л., Синькова М. Г. Оценка точности цифровых моделей рельефа и цифровых моделей местности из открытых источников. Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 2022. Т. 66. № 1. С. 52–63. DOI 10.30533/0536-101X-2022-66-1-52-63.
23. Карпик А. П., Ганагина И. Г., Опритова О. А. Оценка точности глобальных цифровых моделей рельефа на территорию Российской Федерации. Геодезия и картография. 2025. № 10. С. 2–11. DOI 10.22389/0016-7126-2025-1024-10-2-11.

REFERENCES

1. IAG Resolutions Adopted by the IAG Council at the XXVIth IUGG General Assembly (2015). Retrieved from <https://office.iag-aig.org/doc/5d7b8fd9d31dc.pdf>.
2. Sánchez, L., Cunderlik, R. et al. (2016). A conventional value for the geoid reference potential W_0 . *Journal of Geodesy*. 90:815–835 DOI 10.1007/s00190-016-0913-x.
3. Müller, J., Dirks, D., Kopeikin, S.M., et al. (2017). *High Performance Clocks and Gravity Field Determination. Space Science Reviews, Topical Collection*. Vol. 214, No. 1, Art. 5, DOI 10.1007/s11214-017-0431-z.
4. Kopeikin, S.M., Yu, I., Vlasov, I., Han, W.-B. (2018). *Normal gravity field in relativistic geodesy. Phys. Rev. D* 97, id: 045020, DOI 10.1103/PhysRevD.97.045020.
5. Wu, H., Müller, J., Lämmerzahl, C. (2019). Clock networks for height system unification: a simulation study, *Geophysical Journal International*, Vol.216, I. 3, pp. 1594–1607, <https://doi.org/10.1093/gji/ggy508>.
6. Wu, H., Müller, J. Towards an International Height Reference Frame Using Clock Networks (2020). *International Association of Geodesy Symposia*, https://doi.org/10.1007/1345_2020_97.
7. Eremeev, V. F., & Yurkina, M. I. (1972). The theory of heights in the gravitational field of the Earth. *Trudy TsNIIGAiK [Proceedings of TsNIIGAiK]*, I.191, 144 p. [in Russian].
8. Gienko, E. G., Ganagina I. G. (2024) On the issue of determining the height system implemented by the chronometric leveling method. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*. Vol. 29. N. 5. Pp. 13–22. DOI 10.33764/2411-1759-2024-29-5-13-22 [in Russian].
9. Kanushin, V. F., Karpik, A. P., & et al. (2015). The definition of gravity potential and heights differences in geodesy by gravimetric and satellite measurements. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, I. 3 (31), 53–69 [in Russian].
10. Kopeikin, S. M., & Kanushin, V. F., et al. (2016). Chronometric levelling in Siberia. *Gravitation and Cosmology*, 22, 234. DOI 10.1134/S0202289316030099.
11. Fateev, V. F., Smirnov, F. R. & Karaush, A. A. (2023). An experiment to improve the accuracy of a quantum level based on hydrogen quantum clocks using GLONASS/GPS phase measurements. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki [Journal of Technical Physics]* Vol. 93. I.8., 1181 – 1187., DOI 10.21883/JTF.2023.08.55981.32-23 [in Russian].

12. Fateev, V. F., Rybakov, E. A. (2021). Experimental verification of the quantum level on a mobile quantum clock. *Doklady Akademii nauk. Fizika, tekhnicheskie nauki [Reports of the Academy of Sciences. Physics, technical sciences.]* Vol.1 (496), 21–44., DOI 10.31857/S2686740020060097 [in Russian].
13. Alekseytsev, S. A., & et. al. (2022). The estimation of frequency shift when solving the problem of chronometric leveling by using satellite navigation technologies. *Interjekspo Geo-Sibir' [Interexpo Geo-Siberia]*, Vol.2, 107–112. DOI 10.33764/2618-981X-2022-8-2-107-112 [in Russian].
14. Torge, W. (1999). *Gravimetriya [Gravimetry]* M: Mir, 429 p. [in Russian].
15. Pellinen, L.P. (1978). *Vysshaya geodeziya (Teoreticheskaya geodeziya) [Higher Geodesy (Theoretical geodesy)]* – M.: Nedra, 264 p. [in Russian].
16. Zingerle, P., Pail, R., Gruber, T., Oikonomidou, X. (2020). The combined global gravity field model XGM2019e. *Journal of Geodesy* 94:66 <https://doi.org/10.1007/s00190-020-01398-0>.
17. Calculation of Gravity Field Functionals on Ellipsoidal Grids. Retrieved from: <https://icgem.gfz-potsdam.de/calcgird/>.
18. Barthelmes, F. (2013). Definition of Functionals of the Geopotential and Their Calculation from Spherical Harmonic Models. Theory and formulas used by the calculation service of the International Centre for Global Earth Models (ICGEM). *Scientific Technical Report STR09/02 Revised Edition*. Retrieved from <https://icgem.gfz-potsdam.de/docs/str-0902-revised.pdf>.
19. ALOS Global Digital Surface Model «ALOS World 3D - 30m (AW3D30)». Retrieved from https://www.eorc.jaxa.jp/ALOS/en/dataset/aw3d30/aw3d30_e.htm.
20. Kanushin, V. F., Ganagina, I. G., Goldobin, D. N. (2021). Determination of the vertical gradient of gravity on the territory of Western Siberia. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, I.2 (26), 101–107. DOI: 10.33764/2687-041X-2021-2-101-107 [in Russian].
21. Ganagina, I.G., Kanushin, V.F., Goldobin, D.N., Zverev I.V. (2022). Analysis of data on pure and mixed gravity anomalies obtained from the results of the space gravity missions GRACE, GOCE. *Interjekspo Geo-Sibir' [Interexpo Geo-Siberia]*, Vol.1, 130 – 137. DOI 10.33764/2618-981X-2022-1-130-137 [in Russian].
22. Gusev, V.L., Potapov, S.L., Sinkova, M.G. (2022). Open sources digital terrain model's and digital elevation model's accuracy estimation. *Izvestiya vuzov. Geodeziya i aehrofotos'emka. [Izvestia vuzov. Geodesy and Aerophotosurveying]*, Moscow. Vol. 66 (1), pp. 52–63. DOI:10.30533/0536-101X-2022-66-1-52-63 [in Russian].
23. Karpik, A. P., Ganagina, I. G., Opritova, O. A. (2025). Assessing the accuracy of global digital elevation models for the territory of the Russian Federation. *Geodeziya i kartografiya [Geodesy and cartography]*, 86(10), pp. 2-11. DOI: 10.22389/0016-7126-2025-1024-10-2-11 [in Russian].

Об авторах

Елена Геннадьевна Гиенко – кандидат технических наук, доцент кафедры космической и физической геодезии.

Ирина Геннадьевна Ганагина – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой космической и физической геодезии.

Ольга Анатольевна Опритова – кандидат технических наук, доцент кафедры космической и физической геодезии.

Author details

Elena G. Gienko – Ph. D., Associate Professor, Department of Space and Physical Geodesy.

Irina G. Ganagina – Ph. D., Associate Professor, Head of the Department of Space and Physical Geodesy.

Olga A. Opritova – Ph. D., Associate Professor, Department of Space and Physical Geodesy.

Получено / Received 10.02.2026

Поступила после рецензирования / Revised 24.03.2026

Принята к публикации / Accepted 13.04.2026