

УДК 528.024.4:528.37

DOI 10.33764/2411-1759-2025-30-1-16-26

## Тригонометрическое нивелирование при создании высотных геодезических сетей

А. В. Никонов<sup>1, 2✉</sup>

<sup>1</sup> Сибирский государственный университет геосистем и технологий, г. Новосибирск, Российская Федерация

<sup>2</sup> Акционерное общество «Сибтехэнерго», г. Новосибирск, Российская Федерация

e-mail: sibte@bk.ru

**Аннотация.** В настоящее время высотные опорные геодезические сети (ОГС) создаются в основном методом геометрического нивелирования. Во всхолмленной или пересеченной местности геометрическое нивелирование сопряжено с большим количеством перестановок нивелира, поэтому применение нивелирования наклонным лучом в данных условиях является более обоснованным. Предрасчет точности тригонометрического нивелирования способом из середины показал, что превышение на станции может быть измерено со средней квадратической ошибкой  $\pm 0,3-0,6$  мм (порядка 2 мм на 1 км хода), что соответствует точности II класса. Приведены результаты тригонометрического нивелирования в полевых условиях при углах наклона до  $6^\circ$  и визировании на два штриха инварной штрих-кодовой рейки. Расхождения между превышениями из геометрического (эталонного) и тригонометрического нивелирования в большинстве случаев не превысили предельных значений. Проведение более обширных опытных измерений дает перспективу получения обоснованных положений методики тригонометрического нивелирования, которое может применяться как при создании высотных ОГС, так и при проведении геодезического мониторинга.

**Ключевые слова:** нивелирная рейка, средняя квадратическая ошибка, тахеометр, точность, тригонометрическое нивелирование

### Для цитирования:

Никонов А. В. Тригонометрическое нивелирование при создании высотных геодезических сетей // Вестник СГУГиТ. – 2025. – Т. 30, № 1. – С. 16–26. – DOI 10.33764/2411-1759-2025-30-1-16-26

### Введение

В рамках инженерно-геодезических изысканий высотную опорную геодезическую сеть (ОГС) принято создавать методом геометрического нивелирования II, III и IV классов. Сводом правил СП 317.1325800.2017 «Инженерно-геодезические изыскания для строительства. Общие правила производства работ» (далее – СП 317) допускается применение метода спутниковых определений при создании высотных сетей с точностью нивелирования IV класса. Тригонометрическое нивелирование используется лишь для работ технической точности, например, для определения высот пунктов съемочной сети.

В настоящее время существует методика выполнения тригонометрического нивелирования, соответствующего по точности геометрическому нивелированию III и IV классов [1, 2], а также имеется положительный опыт реализации данной методики на практике [3]. Кроме того, тригонометрическое нивелирование успешно применяется при наблюдениях за осадками фундаментов зданий и сооружений [4–8]. В статье [8] приводятся результаты тригонометрического нивелирования при средней длине визирного луча 30 м, при этом невязки в полигонах не превысили допуск для нивелирования II класса.

Целью настоящего исследования является апробация метода тригонометрического ни-

велирования из середины при проведении работ во всхолмленной или пересеченной местности (согласно инструкции по топографической съемке местность с максимально преобладающими углами наклона до 4° называют всхолмленной, а до 6° – пересеченной). У данного метода имеется потенциал для создания высотных ОГС с точностью II класса, а в перспективе и для выполнения государственного нивелирования II класса.

### Обоснование точности тригонометрического нивелирования

Средняя квадратическая ошибка (СКО) превышения, измеренного методом тригонометрического нивелирования, при расположении тахеометра посередине между нивелирными рейками вычисляется по формуле [2]

$$m_h = \sqrt{2 \sin^2 \alpha \cdot m_S^2 + \frac{2S^2 m_\alpha^2}{\rho^2}}, \quad (1)$$

где  $\alpha$  – угол наклона при визировании на цель;  $m_S$  – СКО измерения расстояния;  $m_\alpha$  – СКО измерения угла наклона;  $S$  – расстояние от прибора до цели;  $\rho$  – число секунд в радиане (206 265").

Предполагается, что визирование будет осуществляться на одноименные штрихи нивелирных реек или пленочные отражатели, которые наклеиваются на рейки на одинаковой высоте, поэтому погрешности измерения высоты цели в формуле (1) не учитываются.

Результаты предрасчета точности тригонометрического нивелирования из середины для углов наклона  $\alpha = 6^\circ$  (пересеченная местность),  $m_S = \pm 1,5$  мм и расстояний от тахеометра до цели 30, 50 и 65 м представлены в табл. 1.

Таблица 1

СКО измерения превышения на станции и на 1 километр хода при выполнении тригонометрического нивелирования из середины при углах  $\alpha = 6^\circ$

$m_\alpha, \text{с}$	СКО превышения на станции $m_{\text{ст}}$ , мм, при длине плеч			СКО превышения на 1 км хода $m_{\text{км}}$ , мм, при длине плеч		
	30 м	50 м	65 м	30 м	50 м	65 м
1"	0,30	0,41	0,50	1,24	1,30	1,41
2"	0,47	0,72	0,91	1,94	2,28	2,57
3"	0,65	1,05	1,35	2,68	3,32	3,82
5"	1,05	1,72	2,23	4,33	5,44	6,31

Согласно Инструкции по нивелированию I, II, III и IV классов ГКИНП (ГНТА)-03-010-03 (далее – Инструкция) нормальная длина визирного луча для геометрического нивелирования II класса составляет 65 м, а случайная ошибка на 1 километр хода – 2 мм. Из табл. 1 следует, что при длине визирного луча 65 м тригонометрическое нивелирование может соответствовать по точности II классу только при очень точном измерении углов наклона ( $m_\alpha \leq 1,5''$ ), чего в полевых условиях достигнуть довольно сложно. Поэтому в равнинных районах замена геометрического нивелирования II класса тригонометрическим может быть оправдана лишь в особых случаях.

Рассмотрим выполнение нивелирования на местности со всхолмленным и пересеченным рельефом (углы наклона местности до 6°). Со-

гласно Инструкции высота луча визирования над подстилающей поверхностью должна быть не менее 0,5 м. В отдельных случаях (при длине визирного луча до 30 м) этот допуск разрешается принять равным 0,3 м. Это значит, что при уклоне местности 6° длина визирного луча в геометрическом нивелировании не превысит 12 м, при этом для выполнения работ понадобится трехметровая рейка, а влияние рефракции будет носить систематический характер. На 100 м хода понадобится около пяти станций. Принимая  $m_{\text{ст}} = \pm 0,30$  мм, на 100 м хода ошибка составит 0,67 мм, в то время как тахеометром это превышение может быть измерено с одной станции с ошибкой 0,72 мм. Получается, что во всхолмленной или пересеченной местности точность тригонометрического и геометрического нивелирования сопоставима, но тригоно-

метрическое нивелирование более предпочтительно, так как требует меньшего количества перестановок прибора и, соответственно, меньшего количества переходных точек.

В формуле (1) учтены только инструментальные ошибки тахеометра. Будем считать, что при небольшой длине визирного луча (до 50 м) влияние рефракции будет несущественным, а при соблюдении равенства плеч на станции оно будет компенсироваться.

Рассмотрим влияние неточности приведения реек в отвесное положение по круглому уровню. При визировании на штрих рейки, установленной на точке по круглому уровню, в измеряемом угле наклона возникает ошибка  $\Delta\alpha$ , вызванная случайным отклонением рейки от вертикали на угол  $\varepsilon$ . При измерении углов наклона ошибка  $\Delta\alpha$  определяется по формуле [9]

$$\Delta\alpha = \frac{l \cdot \varepsilon^2}{2S \cdot \rho} \cos^2 \alpha + \frac{l \cdot \varepsilon}{2S} \sin 2\alpha + \frac{a \cdot \varepsilon}{S} \cos^2 \alpha, \quad (2)$$

где  $l$  – высота визирной цели (расстояние между штрихом рейки и ее пяткой);  $S$  – расстояние от тахеометра до рейки;  $a$  – несовпадение высотной точки (костыля) с осью рейки.

Третье слагаемое в формуле (2) выражает погрешность в угле наклона из-за неправильной установки пятки рейки на высотную точку, которая возникает, когда рейка ставится на точку не средней частью пятки, а крайней. Вычисленные по формуле (2) ошибки в измерении угла наклона были переведены в линейную меру, результаты вычислений представлены в табл. 2.

Таблица 2

Ошибки в превышении между тахеометром и визирной целью, обусловленные наклоном нивелирной рейки

Высота визирования, м	Ошибки измерения превышения, мм, для угла наклона визирного луча								
	2°			6°			10°		
	при наклоне рейки $\varepsilon$ на			при наклоне рейки $\varepsilon$ на			при наклоне рейки $\varepsilon$ на		
	5'	10'	20'	5'	10'	20'	5'	10'	20'
1,5	0,15	0,30	0,62	0,30	0,60	1,22	0,45	0,89	1,80
2,0	0,18	0,36	0,73	0,38	0,76	1,53	0,57	1,14	2,30

Допустим, что круглый уровень на рейке плохо отъюстирован, и при приведении пузырька в нуль-пункт рейка отклоняется от отвесной линии на угол  $\varepsilon = 10'$ , тогда при угле наклона местности  $\alpha = 6^\circ$  систематическая ошибка в превышении между тахеометром и визирной целью составит 0,6 мм. Во время работы с одной рейкой при установке ее на заднюю и переднюю точки хода, в обоих случаях рейка будет либо наклонена в сторону тахеометра, либо отклонена от него. Это значит, что систематическая ошибка измерения превышения на станции составит уже 1,2 мм, поэтому при работе в пересеченной местности требуется очень тщательно юстировать круглый уровень рейки.

Теперь предположим, что уровень отъюстирован достаточно тщательно, но при нахождении пузырька в пределах окружности уровня

рейка может отклоняться от вертикали на величину до 5' [10]. Допустим, что рейка при нахождении пузырька вблизи нуль-пункта отклоняется от вертикали на 3', в наихудшем случае (если ошибки за наклон передней и задней реек не компенсируются) систематическая ошибка на станции может составить 0,3–0,4 мм. Следовательно, установка рейки в отвесное положение является ограничивающим фактором в методике тригонометрического нивелирования II класса во всхолмленной, а тем более в горной местности. Например, в работе [11] при выполнении моторизованного тригонометрического нивелирования, чтобы минимизировать этот источник ошибок, на вехах кроме круглых уровней устанавливались дополнительно цилиндрические уровни с ценой деления 30". В то же время при небольших углах наклона и длине визирного луча до 30 м тригонометрическое

нивелирование из середины может конкурировать по точности с геометрическим нивелированием II класса даже при установке реек по круглому уровню [8].

### Методы и материалы

В 1957 г. неподалеку от деревни Издревая Новосибирского района Новосибирской области был организован новый учебный геодезический полигон НИИГАиК (ныне – СГУГиТ). Расстояние по железной дороге от Новосибирска до остановочного пункта «Учебный», где расположен полигон, составляет около 30 км. К 1963 г. на прилегающей к полигону территории силами студентов была создана геодезическая триангуляционная сеть. С течением времени развивалась плано-высотная геодезическая сеть полигона, пункты которой используются в период проведения учебных практик по настоящее время. В последние годы для уточ-

нения координат геодезических пунктов выполнены спутниковые наблюдения, а для получения точных значений их высот было начато проложение ходов высокоточного геометрического нивелирования.

С целью проведения проверок спутниковой аппаратуры в районе бывшего футбольного поля было заложено пять пунктов (*Мр01* – *Мр05*) с возможностью принудительного центрирования прибора, образующих малый полигон. Превышения между этими пунктами измерялись цифровым нивелиром Trimble DiNi 0.3 с использованием инварной рейки (паспортная СКО измерения превышения на 1 км двойного хода  $m_{км} = 0,3$  мм). Для привязки вновь заложённых пунктов к существующему пункту «Федоровский» (*Fedor*) был проложен замкнутый нивелирный ход длиной 0,9 км (большой полигон на рис. 1). Измерения выполнялись 3 июля 2024 г. в солнечную погоду с 8 до 15 часов.

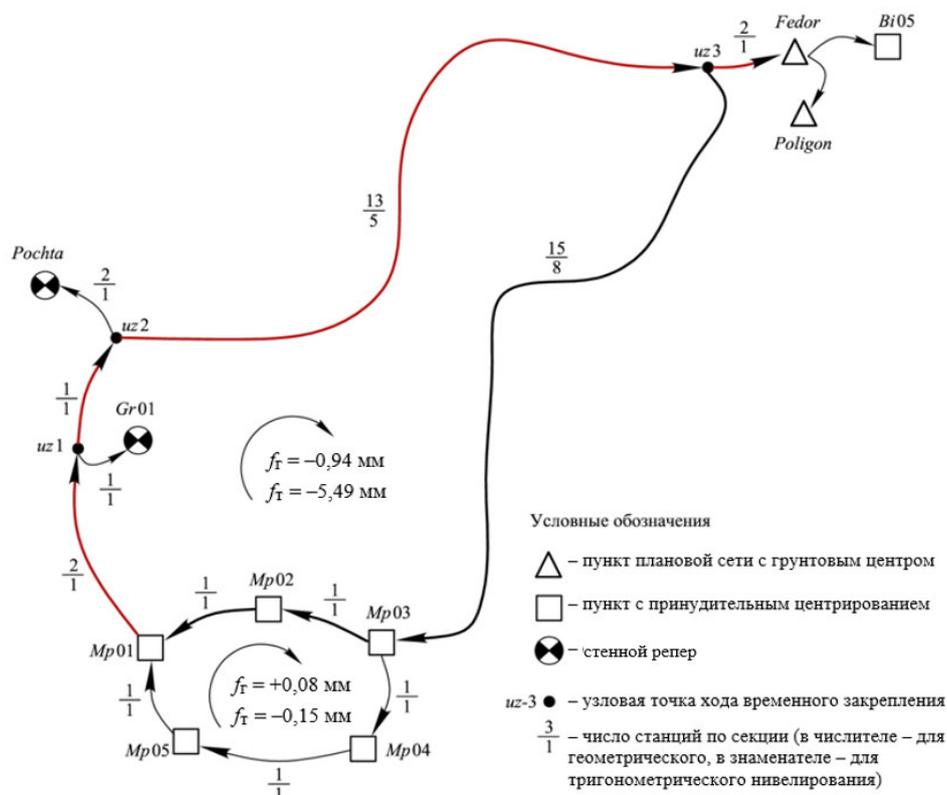


Рис. 1. Схема нивелирной сети, созданной для высотной привязки пунктов малого полигона

Нивелирный ход прокладывался по железнодорожным костылям, забиваемым в грунт.

Измерение превышения на станции выполнялось по схеме ЗППЗ, где «З» и «П» – среднее

из трех отсчетов по рейке, установленной сначала на задней, а затем на передней точках соответственно. Между двумя измерениями ножками штатива или подъемными винтами менялся горизонт инструмента. Разность между превышениями, полученными при двух горизонтах инструмента, в большинстве случаев не превысила 0,15 мм (максимальное значение составило 0,25 мм). Невязка боль-

шого полигона, включающего 33 станции, составила  $-0,94$  мм, а невязка малого полигона, состоящего из 5 станций, составила  $+0,08$  мм.

Учитывая большое число станций в большом полигоне ( $n = 33$ ), допустимая невязка вычислялась по формуле из ГОСТ 24846–2019 «Грунты. Методы измерения деформаций оснований зданий и сооружений» для нивелирования I класса:

$$f_{\text{доп}} = \pm 0,3 \text{ мм} \sqrt{n} = \pm 0,3 \text{ мм} \sqrt{33} = \pm 1,72 \text{ мм}. \quad (3)$$

Таким образом, фактическая невязка  $f_{\text{Г}} = -0,94$  мм не превысила допустимого значения  $f_{\text{доп}} = \pm 1,72$  мм, т. е. качество результатов нивелирования не вызывает сомнений. Поправки в превышения при уравнивании полигонов составили 0,02–0,03 мм. С целью исследования точности тригонометрического нивелирования по аналогичной схеме (см. рис. 1) были проложены ходы тригонометрического нивелирования. В работе использовался электронный тахеометр Leica TS-06 ( $m_{\alpha} = 2''$ ,  $m_S = 2$  мм), измерения выполнялись 2 августа 2024 г. в солнечную погоду с 9 до 15 часов.

На начальном этапе была выполнена проверка места нуля вертикального круга, и все дальнейшие измерения производились только при круге слева. Поправка за место нуля учитывалась программным обеспечением та-

хеометра автоматически. Даже если место нуля по результатам поверки определено с некоторой погрешностью или в течение дня изменяется под влиянием внешних условий, то при нивелировании из середины систематическая ошибка превышения на станции, обусловленная влиянием места нуля, исключается. Это происходит аналогично тому, как компенсируется влияние угла  $i$  при геометрическом нивелировании из середины [12].

Схема измерения превышения между точками 1 и 2 методом тригонометрического нивелирования из середины представлена на рис. 2. При производстве работ применялась одна инварная штрих-кодовая рейка длиной 2 м. В качестве визирных целей на рейке были выбраны два штриха, которые для быстрого на них наведения были замаркированы.

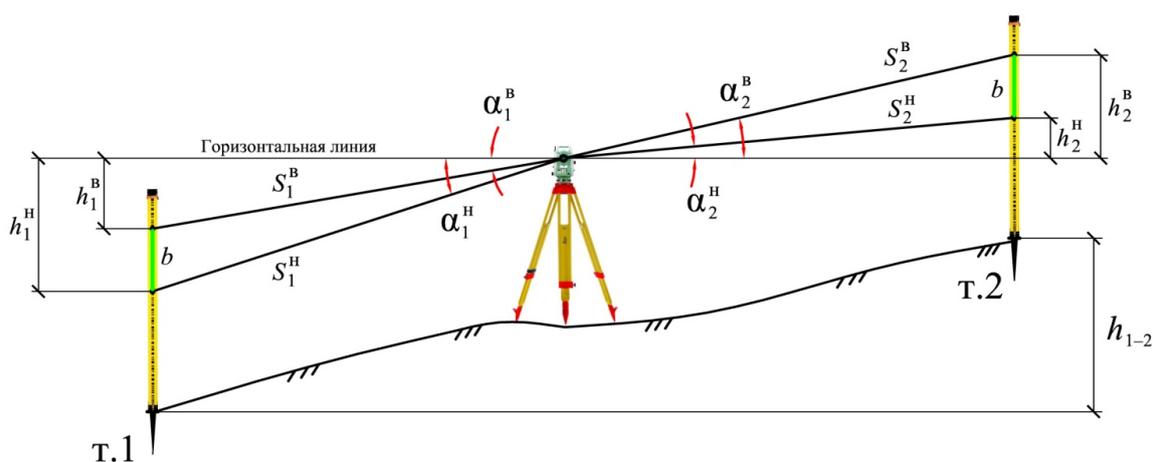


Рис. 2. Схема тригонометрического нивелирования из середины

Порядок работы на станции был следующим. Тахеометр устанавливался на штативе

между точками хода, неравенство плеч обычно не превышало 2–3 м. На задней

точке посредством специального кронштейна и штатива по круглому уровню неподвижно выставлялась нивелирная рейка. Это позволяло исключить качание рейки в процессе измерений (на производстве для неподвижной установки рейки применяются специальные биподы). С помощью биссектора сетки нитей выполнялось несколько наведений на нижний штрих рейки (от 5 до 10, в зависимости от сходимости результатов), полученные при этом превышения  $h^H$  между осью вращения зрительной трубы и нижним штрихом записывались в журнал. При длине визирного луча до 30 м значения превышений отличались в пределах 0,3–0,4 мм, при большей длине визирного луча расхождения достигали 0,6–0,7 мм. Из этого следует, что при использовании нивелирной рейки следует ограничить длину визирного луча величиной 30 м. Аналогичные измерения выполнялись на верхний штрих с записью в журнал превышения  $h^B$ . Время выполнения измерений на два штриха рейки составляло 1–3 минуты. Затем рейка выставлялась на передней точке хода и выполнялась аналогичная серия измерений на оба штриха – этим завершалась работа на станции.

В ходе измерений длина визирного луча колебалась в пределах от 14 до 43 м и в среднем составила 26 м. Визирование выполнялось на два штриха толщиной 1 мм, расстояние между которыми было предварительно измерено стальной поверенной рулеткой ( $b = 480$  мм) и использовалось для контроля выполняемых измерений. Высота нижнего штриха над пяткой рейки составила  $l_n = 1\,185$  мм, а верхнего –  $l_b = 1\,665$  мм. Благодаря характеристикам инвара, из которого выполнена шкала нивелирной рейки, было обеспечено постоянство длины вертикального базиса ( $b$ ) в процессе измерений независимо от изменений температуры окружающей среды.

При камеральной обработке измерений находилось среднее значение превышения при визировании на каждый штрих. Затем находилась разность между средними значениями превышений при визировании на верх-

ний и нижний штрихи рейки, которая сравнивалась с контрольным значением 480 мм. Отклонения от контрольного значения в большинстве случаев не превысили 0,2 мм, таким образом, удалось избежать грубых ошибок наблюдений.

Превышения  $h$  на станции вычислялись отдельно по нижним (н) и по верхним (в) штрихам. Различия в большинстве случаев не превысили 0,2–0,3 мм, а за окончательное значение превышения на станции принималось среднее арифметическое. Для вычисления превышения на станции между точками 1 и 2 применимы формулы:

$$\begin{aligned} h_{1-2}^H &= \sin \alpha_2^H \cdot S_2^H - \sin \alpha_1^H S_1^H = h_2^H - h_1^H, \\ h_{1-2}^B &= \sin \alpha_2^B \cdot S_2^B - \sin \alpha_1^B S_1^B = h_2^B - h_1^B, \quad (4) \\ h_{1-2} &= \frac{h_{1-2}^H + h_{1-2}^B}{2}. \end{aligned}$$

Принятые в формулах (4) обозначения соответствуют рис. 2.

### Результаты

При выполнении тригонометрического нивелирования невязка в большом полигоне (периметр  $L = 0,9$  км) составила  $f_t = -5,49$  мм. В соответствии с Инструкцией для данных условий, когда среднее число станций на 1 км хода больше 15, допустимая невязка для нивелирования II класса вычисляется по формуле

$$f_{\text{доп}} = \pm 6 \text{ мм} \sqrt{L} = \pm 6 \text{ мм} \sqrt{0,9} = \pm 5,69 \text{ мм}. \quad (5)$$

Таким образом, фактическая невязка в полигоне близка к предельному значению. Поскольку точки нивелирных ходов закреплялись временными знаками (костылями), то сравнить результаты геометрического и тригонометрического нивелирования возможно только по секциям между постоянными знаками (пунктами и реперами сети). Результаты сравнения превышений, полученных двумя методами нивелирования, представлены в табл. 3.

Таблица 3

Сравнение результатов тригонометрического и геометрического нивелирования

Секция	Превышения по секции из нивелирования		$\Delta = h_T - h_G$ , мм	$\Delta_{\text{пред}}$ , мм
	тригонометрического $\frac{h_T, \text{мм}}{n_T}$	геометрического $\frac{h_G, \text{мм}}{n_G}$		
<i>Мр 01 – Gr 01</i>	$\frac{-190,66}{2}$	$\frac{-191,42}{3}$	+0,76	±0,93
<i>Мр 01 – Pochta</i>	$\frac{+3\,065,14}{3}$	$\frac{+3\,064,57}{5}$	+0,57	±1,15
<i>Мр 01 – Fedor</i>	$\frac{+14\,430,38}{8}$	$\frac{+14\,437,40}{18}$	-7,02	±1,94
<i>Fedor – Мр 03</i>	$\frac{-14\,444,21}{9}$	$\frac{-14\,444,62}{17}$	+0,41	±2,02

Предельное расхождение между превышениями из тригонометрического и геометрического нивелирования вычислялось по формуле

$$\Delta_{\text{пред}} = \pm 2 \sqrt{(m_{\text{ст}}^T \sqrt{n_T})^2 + (m_{\text{ст}}^G \sqrt{n_G})^2}, \quad (6)$$

где  $m_{\text{ст}}^T$  и  $m_{\text{ст}}^G$  – средние квадратические ошибки измерения превышения на станции в тригонометрическом и геометрическом нивелировании соответственно;  $n_T$  и  $n_G$  – число станций при выполнении тригонометрического и геометрического нивелирования соответственно.

Учитывая многократность измерений и среднюю длину визирного луча 26 м, для расчетов по формуле (6) ошибка измерения превышения на станции из тригонометрического нивелирования принималась как  $m_{\text{ст}}^T = \pm 0,3$  мм. Ошибка превышения на станции из геометрического нивелирования принималась исходя из эмпирической формулы  $m_{\text{ст}}^G = 0,0023D + 0,0735$ , полученной для высокоточных цифровых нивелиров типа Trimble DiNi [13]. При средней длине визирного луча  $D = 15$  м ошибка на станции составит  $m_{\text{ст}}^G = \pm 0,11$  мм.

Как следует из анализа данных табл. 3, только в одном случае расхождения в превышениях по секции, полученные двумя методами, превышают предельное значение  $\Delta_{\text{пред}}$ . При передаче отметки от пункта малого поли-

гона *Мр01* до пункта «Федоровский» (на рис. 1 линия нивелирования показана красным цветом) расхождение составило -7,02 мм, что более чем в три раза превышает допуск. В случае систематического влияния ошибок за отклонение рейки от отвесного положения (см. табл. 2) ожидаемо, что и в обратном ходе (*Fedor – Мр03*) превышения, полученные двумя методами, также должны отличаться на несколько миллиметров, но этого не зафиксировано. Вероятно, что при проложении хода тригонометрического нивелирования на участке *uz2 – uz3* во время разворота рейки на одной из точек хода нарушилось высотное положение этой точки (костыля).

Различия превышений, полученных тахеометром и нивелиром в малом полигоне, находятся в пределах от -0,63 до +0,20 мм при допуске  $\Delta_{\text{пред}} = \pm 0,64$  мм. Расхождения, близкие к предельному значению, могут быть обусловлены удержанием двухметровой инварной рейки на пунктах с принудительным центрированием вручную без использования подпорок.

### Обсуждение

В рамках проведенных исследований в качестве визирных целей использовались штрихи инварной нивелирной рейки, наклон которой или ее не единообразная постановка на точку приводят к дополнительным источникам ошибок. В пересеченной местности это

может заметно понизить точность результатов тригонометрического нивелирования. В дальнейшем планируется выполнить повторное нивелирование в большом полигоне с применением электронного тахеометра, заменив нивелирную рейку на стандартные круглые отражатели, устанавливаемые на штативах посредством адаптеров. Подробнее технологическая схема такого нивелирования описана в статьях [14, 15].

Следует отметить, что тригонометрическое нивелирование имеет и свои недостатки. Если при работе с цифровым нивелиром полностью исключаются ошибки наблюдателя, то при работе с тахеометром требуется многократно наводиться на визирную цель, в полевых условиях оценивать сходимости получаемых превышений. Таким образом, окончательный результат зависит в том числе от опытности и внимательности исполнителя.

### Заключение

В настоящее время сформулирована и опробована на практике методика тригонометрического нивелирования, соответствующего по точности геометрическому нивелированию III и IV классов [16]. Выполненные полевые исследования показали перспективность использования метода тригонометрического нивелирования во всхолмленной и пересеченной местности при определении высот пунктов ОГС с точностью геометрического нивелирования II класса (допустимая невязка согласно СП 317 находится как  $f_{\text{доп}} = \pm 5 \text{ мм} \sqrt{L}$ ). Данная точность достижима благодаря применению высокоточных тахеометров ( $m_\alpha \leq 2''$ ) и многократному наведению на визирную цель (штрихи рейки). В рамках дальнейших исследований будут проложены ходы тригонометри-

ческого нивелирования с использованием отражателей на штативах, что позволит исключить ошибки за наклон нивелирных реек.

Выполненные исследования также показали, что кроме построения высотных ОГС, метод тригонометрического нивелирования может более широко использоваться при геодезическом мониторинге. В настоящее время тригонометрическое нивелирование при наблюдениях за осадками фундаментов зданий и сооружений чаще применяется для измерения отдельных превышений с точностью 0,1–0,3 мм [4–7], а высотная основа на объекте создается путем проложения ходов геометрического нивелирования [7]. Расчеты показали, что на небольших объектах при углах наклона до 2–3° тригонометрическое нивелирование из середины может применяться как самостоятельный метод (при больших углах наклона влияние отклонения рейки от вертикали может привести к понижению точности результатов).

Таким образом, тахеометром с использованием реек могут как прокладываться связующие ходы от исходных реперов до здания, так и измеряться превышения между деформационными марками на самом здании. Это актуально для контроля осадок фундаментов зданий и сооружений, построенных на сжимаемых грунтах, так как согласно ГОСТ 24846 в этих случаях достаточно точности нивелирования II класса (допустимая невязка находится как  $f_{\text{доп}} = \pm 0,5 \text{ мм} \sqrt{n}$ ).

Выполненная апробация метода тригонометрического нивелирования подтвердила его перспективность для достижения точности II класса, но для получения обоснованных положений методики необходим более обширный практический опыт его применения в различных условиях.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Уставич Г. А., Никонов А. В., Сальников В. Г., Рябова Н. М., Горилько А. С. Методика выполнения нивелирования III и IV классов тригонометрическим способом // Геодезия и картография. – 2019. – Т. 80. – № 7. – С. 2–11. – DOI 10.22389/0016-7126-2019-949-7-2-11. – EDN BXWLLI.
2. Аврунев Е. И., Уставич Г. А., Грекова А. О., Никонов А. В., Мелкий В. А., Долгополов Д. В. Технологические решения в области обеспечения геопространственной информации о магистральных трубопроводах и объектах их инфраструктуры // Известия Томского политехнического университета. – 2020. – Т. 331, № 7. – С. 188–201. – DOI 10.18799/24131830/2020/7/2729. – EDN MDEEKK.

3. Клыпин И. А., Алексеева А. А. Опыт применения тригонометрического нивелирования из середины при создании высотной геодезической сети // Перспективы развития инженерных изысканий в строительстве в Российской Федерации: материалы XVII Общероссийской научно-практической конференции и выставки. – 2022. – С. 127–130. – EDN QZTDZX.
4. Ворошилов А. П. Измерение осадок зданий и сооружений электронными тахеометрами // Вестник ЮУрГУ. – 2005. – № 13. – С. 37–39. – EDN KYWRQH.
5. Никонов А. В. Методика тригонометрического нивелирования первого и второго разрядов // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2015. – № 5/С. – С. 39–45. – EDN UXVXQB.
6. Павлов А. И. О применении тригонометрического нивелирования при определении деформации оснований зданий и сооружений // Вестник НИЦ Строительство. – 2014. – № 10. – С. 110–113. – EDN WZIWJD.
7. Афонин Д. А., Канашин Н. В. Геодезический контроль вертикальных деформаций инженерных сооружений на основе комбинации методов геометрического и тригонометрического нивелирования // Вестник СГУГиТ. – 2024. – Т. 29, № 1. – С. 6–16. – DOI 10.33764/2411-1759-2024-29-1-6-16. – EDN ATXUQI.
8. Беспалов Ю. И., Дьяконов Ю. П., Терещенко Т. Ю. Наблюдение за осадками зданий и сооружений способом тригонометрического нивелирования // Геодезия и картография. – 2010. – № 8. – С. 8–10. – EDN SNGVFB.
9. Пискунов М. Е. Влияние наклона рейки на точность тригонометрического нивелирования короткими лучами // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1972. – № 3. – С. 9–14.
10. Никонов А. В., Галлер А. В. Обоснование предельной длины теодолитных ходов при создании крупномасштабных топографических планов // Интерэкспо ГЕО-Сибирь. XIX Международный научный конгресс, 17–19 мая 2023 г., Новосибирск : сборник материалов в 8 т. Т. 1 : Международный науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия». – Новосибирск : СГУГиТ, 2023. № 1. – С. 103–111. – DOI 10.33764/2618-981X-2023-1-1-103-111. – EDN RDTBМК.
11. Chrzanowski A. Implementation of trigonometric height traversing in geodetic leveling of high precision. Technical report № 142. Canada, University of New Brunswick. – 1989. – 104 p.
12. Клепиков И. В., Рыльщиков В. В. Априорная оценка точности веерообразного тригонометрического нивелирования коротким лучом // The Scientific Heritage. – 2022. – № 83. – С. 39–46. – DOI 10.24412/9215-0365-2022-83-1-39-46. – EDN PQIUXP.
13. Веселов В. В., Есенников О. В., Сячинов А. Н. О разрядном нивелировании // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. – 2010. – № 2 (25). – С. 87–93. – EDN MWCBMZ.
14. Никонов А. В. Технологические схемы при проложении ходов тригонометрического нивелирования // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2014. X Международный науч. конгр. : Международный науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 2 т. (Новосибирск, 8–18 апреля 2014 г.). – Новосибирск : СГГА, 2014. Т. 1. – С. 77–83. – EDN SBNZNT.
15. Hibbert R. J. Practical EDM height traversing to geodetic levelling accuracies as used in a geophysical monitoring scheme // Survey Review, 1992. – 31, 246. – Pp. 434–453. – DOI 10.1179/sre.1992.31.246.434.
16. Никонов А. В. Совершенствование методики тригонометрического нивелирования короткими лучами : диссертация ... канд. техн. наук : 25.00.32 / Никонов Антон Викторович. – Новосибирск, 2015. – 261 с. – EDN HSCSHO.

### Об авторах

*Антон Викторович Никонов* – кандидат технических наук, доцент кафедры инженерной геодезии и маркшейдерского дела, СГУГиТ; ведущий инженер, АО «Сибтехэнерго».

Получено 11.11.2024

© А. В. Никонов, 2025

## Trigonometric leveling for solution engineering geodetic works

A. V. Nikonov<sup>1, 2✉</sup>

<sup>1</sup> Siberian State University of Geosystems and Technologies, Novosibirsk, Russian Federation

<sup>2</sup> Sibtechenergo, Novosibirsk, Russian Federation

e-mail: sibte@bk.ru

**Abstract.** Presently, high-altitude reference geodetic networks are mainly created by the geometric leveling method. In hilly or rugged terrain, geometric leveling is associated with a large number of level setup, so the use of trigonometric leveling in these conditions is more justified. Calculation of the accuracy of trigonometric leveling by the method from the middle showed that the elevation at the station can be measured with a mean square error of  $\pm 0.3\text{--}0.6$  mm (about 2 mm per 1 km of travel), which corresponds to the accuracy of class II. The results of trigonometric leveling in the field are presented at tilt angles of up to  $6^\circ$ , sighting was performed on two strokes of the invar barcode rod. The discrepancies between the elevations from geometric and trigonometric leveling in most cases did not exceed the limit values. Carrying out more extensive experimental measurements provides prospects for obtaining substantiated provisions for the trigonometric leveling technique, which can be used both in creating high-altitude networks and in conducting geodetic monitoring.

**Keywords:** leveling rod, mean square error, total station, accuracy, trigonometric leveling

### REFERENCE

1. Ustavich, G. A., Nikonov, A. V., Sal'nikov, V. G., Ryabova, N. M., & Goril'ko, A. S. (2019). The technique of the III and IV classes levelling performed with trigonometric method. *Geodeziya i kartografiya [Geodesy and Cartography]*, 7(80), 2–11. DOI 10.22389/0016-7126-2019-949-7-2-11. EDN BXWLLI [in Russian].
2. Avrunev, E. I., Ustavich, G. A., Grekova, A. O., Nikonov, A. V., Melkiy, V. A., & Dolgoplov, D. V. (2020). Technological solutions in sphere of geospatial information on long distance pipelines and objects of their infrastructure. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta [Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering]*, 7(331), 188–201. DOI 10.18799/24131830/2020/7/2729. EDN MDEEKK [in Russian].
3. Klypin, I. A., Alekseeva, A. A. (2022). Experience of trigonometric leveling from the middle at creation of high-altitude geodetic network In *Sbornik materialov XVII Obshcherossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii i vystavki: Perspektivy razvitiya inzhenernykh izyskaniy v stroitel'stve v Rossiyskoy Federatsii* (pp. 127–130). Moscow Publ. EDN QZTDZX [in Russian].
4. Voroshilov, A. P. (2005). Izmerenie osadok zdaniy i sooruzheniy elektronnyimi takheometrami. *Vestnik YuUrGU*, 13, 37–39. EDN KYWPQH [in Russian].
5. Nikonov, A. V. (2015). Metodika trigonometricheskogo nivelirovaniya pervogo i vtorogo razryadov. *Izvestiya vuzov. Geodeziya i aerofotos'emka [Izvestia vuzov. Geodesy and Aerophotosurveying]*, 5/S, 39–45. EDN UXVXQB [in Russian].
6. Pavlov, A. I. (2014). O primeneni trgonometricheskogo nivelirovaniya pri opredelenii deformatsii osnovaniy zdaniy i sooruzheniy. *Vestnik NITs Stroitel'stvo. [Bulletin of Science and Research Center of Construction]*, 10, 110–113. EDN WZIWJD [in Russian].
7. Afonin, D. A., Kanashin, N. V. (2024). Geodetic control of vertical deformations of engineering structures based on a combination of geometric and trigonometric leveling methods. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 1(29), 6–16. DOI 10.33764/2411-1759-2024-29-1-6-16. EDN ATXUQI [in Russian].
8. Bespalov, Yu. I., D'yakonov, Yu. P., & Tereshchenko, T. Yu. (2010). Buildings set monitoring based on trigonometric leveling method. *Geodeziya i kartografiya [Geodesy and Cartography]*, 8, 8–10. EDN SNGVFB [in Russian].

9. Piskunov, M. E. (1972). Vliyanie naklona reyki na tochnost' trigonometricheskogo nivelirovaniya korotkimi luchami. *Izvestiya vuzov. Geodeziya i aerofotos"emka [Izvestia vuzov. Geodesy and Aerophotosurveying]*, 3, 9–14 [in Russian].
10. Nikonov, A. V., Galler, A. V. (2023). Development of the maximum permissible length of theodolite traverses when creating large-scale topographic plans. *Interekspo Geo-Sibir' [Interexpo Geo-Siberia]* (pp. 103–111). Novosibirsk: SSUGT Publ. DOI 10.33764/2618-981X-2023-1-1-103-111. EDN RDTBMK [in Russian].
11. Chrzanowski, A. (1989). Implementation of trigonometric height traversing in geodetic leveling of high precision. Technical report № 142. Canada, University of New Brunswick. 104 p.
12. Klepikov, I. V., Ryl'shchikov, V. V. (2022). A priori estimation of the accuracy of fan-shaped trigonometric leveling with short lengths of sight. *The Scientific Heritage*, 83, 39–46. DOI 10.24412/9215-0365-2022-83-1-39-46. EDN PQIUXP [in Russian].
13. Veselov, V. V., Esennikov, O. V., & Syachinov, A. N. (2010). O razryadnom nivelirovanii. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta [Vestnik of Voronezh State Agrarian University]*, 2(25), 87–93. EDN MWCBMZ [in Russian].
14. Nikonov, A. V. (2014). Technological techniques of trigonometric height traversing. *Interekspo Geo-Sibir' [Interexpo Geo-Siberia]* (pp. 77–83). Novosibirsk: SSGA Publ. EDN SBNZNT [in Russian].
15. Hibbert, R. J. (1992). Practical EDM height traversing to geodetic levelling accuracies as used in a geophysical monitoring scheme. *Survey Review*, 31, 246, 434–453. DOI 10.1179/sr.1992.31.246.434.
16. Nikonov, A. V. (2015) Sovershenstvovanie metodiki trigonometricheskogo nivelirovaniya korotkimi luchami : dissertatsiya ... kandidata tekhnicheskikh nauk : 25.00.32, Novosibirsk, 2015, 261. EDN HSCSHO [in Russian].

### Author details

*Anton V. Nikonov* – Ph. D., Associate Professor of Department of Engineering Geodesy and Mine Surveying, SSUGT; leading engineer, Sibtechenergo.

Received 11.11.2024

© A. V. Nikonov, 2025