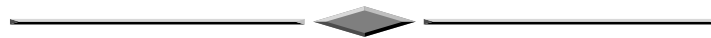


# ГЕОДЕЗИЯ И МАРКШЕЙДЕРИЯ



УДК [528.41+528.3]:528.236.4  
DOI 10.33764/2411-1759-2024-29-6-5-22

## Метод оценки стабильности геодезических сетей по пространственным координатам на основе аппроксимации координат плоскостью

*А. А. Кузин<sup>1</sup>, В. Г. Филиппов<sup>1</sup>✉*

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II,  
г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

e-mail: s225015@stud.spmi.ru

**Аннотация.** В статье представлен метод оценки стабильности геодезических сетей по пространственным координатам, определенным ГНСС-технологией (ГНСС – глобальные навигационные спутниковые системы), на основе аппроксимации координат плоскостью. По изменениям положений характерных элементов плоскости: центроида, нормали и точки на нормали – предлагается оценивать стабильность реперов опорной сети, делать заключение о характере смещений реперов и определять нестабильные реперы. Смоделированы три случая смещений реперов в сети и рассмотрен алгоритм выявления нестабильных реперов в каждом из них. Апробация метода выполнена для четырех циклов наблюдений пунктов сети постоянно действующих базовых станций (ПДБС) «ГЕОСПАЙДЕР» на период наблюдений с 12.04.2021 по 11.04.2022. Представленный метод позволяет оценивать стабильность опорной сети по пространственным координатам любого количества пунктов в любом взаимном расположении, что делает его универсальным к применению.

**Ключевые слова:** оценка стабильности, наблюдение за оползнями, аппроксимация

### Для цитирования:

*Кузин А. А., Филиппов В. Г.* Метод оценки стабильности геодезических сетей по пространственным координатам на основе аппроксимации координат плоскостью // Вестник СГУГиТ. – 2024. – Т. 29, № 6. – С. 5–22. – DOI 10.33764/2411-1759-2024-29-6-5-22

### Введение

Наблюдение за деформациями, в том числе оползневыми, с применением геодезических методов предполагает закрепление на местности опорных реперов, относительно которых выполняется наблюдение рабочих реперов наблюдательной станции в теле оползня. От стабильности во времени опорных реперов зависит преємственность измерений между циклами и, как следствие, качество наблюдений за деформациями. В настоящее время благодаря

математическому моделированию процессов сдвижения грунтовых массивов [1–3], стало возможным определять наилучшие места для закладки реперов опорной сети. Но даже в этом случае различные природные [4–6] или техногенные факторы [7] могут повлиять на стабильность опорных реперов, в связи с чем актуальной остается оценка стабильности реперов опорной сети при проведении работ по деформационному мониторингу.

Действующие нормативные документы, определяющие порядок проведения работ по

наблюдениям за деформациями зданий и сооружений (ГОСТ 24846–2019 «Грунты. Методы измерения деформаций оснований зданий и сооружений»), оползневыми процессами (СП 420.1325800.2018 «Инженерные изыскания для строительства в районах развития оползневых процессов. Общие требования»), обозначают необходимость оценки стабильности реперов опорной сети для каждого цикла наблюдений.

Известны многие способы оценки стабильности реперов опорных сетей, в которых анализ выполняется на основе измерений превышений между реперами по циклам. Можно выделить несколько категорий таких методов: методы В. Карпенко, в которых применяется корреляционный и дисперсионный методы анализа, методы, в основе которых заложен принцип неизменной отметки одного из наиболее стабильных реперов опорной сети (методы А. Костехеля, В. Н. Ганьшина, А. Ф. Стороженко, Г. К. Ботяна), а также методы, в основе которых заложен принцип неизменной средней отметки всех реперов опорной сети либо группы наиболее стабильных реперов (методы В. Ф. Черникова, П. Марчака) [8, 9]. В ряде случаев при геодезическом мониторинге сложных технических объектов отмечаются затруднения в применении традиционных способов оценки стабильности [10, 11]. В работе [12] предлагается оценивать стабильность опорной сети по отклонению нормали к линии, поверхности треугольника или набору из поверхностей треугольников. Предлагается три варианта: построение нормали к линии, соединяющей два репера, построение нормали к поверхности треугольника в случае, если таких реперов больше двух, а также анализ множества таких поверхностей для пространственных смещений. В случае анализа отклонения нормали к поверхности треугольника предлагается построение ряда треугольников между всеми реперами опорной сети, что несколько усложняет процесс оценки стабильности, при этом результат позволяет оценить стабильность реперов только по наличию или отсутствию вертикальных смещений реперов, а не пространственных.

Перечисленные выше методы предназначены для оценки стабильности реперов опорных сетей путем анализа изменения превыше-

ний между реперами в одномерном пространстве. Наряду с высокоточным нивелированием, широко распространены геодезические методы определения пространственных положений реперов: линейно-угловые измерения с применением электронных тахеометров [13], методы фотограмметрии [14], аэрофотосъемки [15], воздушно-лазерного сканирования [16] с применением беспилотных авиационных систем [17, 18], дистанционного зондирования Земли [19–21], методы спутникового позиционирования [22–24]. ГНСС-наблюдения в режиме «Статика» осуществляются за движениями земной коры [25–27], при анализе сейсмоактивности [28, 29], определении сезонности в смещениях грунтов [30, 31] и других видах работ по наблюдениям деформаций. Известны результаты применения позиционирования в режиме Real-Time Kinematic (RTK, в переводе с англ. – «кинематика реального времени») для наблюдения деформаций в сетевом режиме RTK [32, 33], в том числе и в случае использования недорогих бюджетных ГНСС-приемников [34–36].

В связи с применением методов и приборов, позволяющих выполнять одновременное определение координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  опорных и рабочих реперов, появляется необходимость в разработке методов, позволяющих оценивать стабильность опорной сети по пространственным координатам.

Авторами предлагается метод оценки стабильности геодезических сетей путем аппроксимации пространственных координат плоскостью и анализа изменения положений характерных элементов этой плоскости (центроида, нормали и точки на нормали) с целью выявления нестабильных реперов на основе критериев стабильности. Предлагаемый метод снижает количество выполняемых вычислений при раздельной оценке стабильности сети в плане и по высоте и дополняет метод [12] оценки стабильности по отклонениям нормали.

### ***Методы и материалы***

Процесс аппроксимации пространственных координат реперов плоскостью и вычисления положений ее характерных элементов реализуется по МНК. Уравнение плоскости в общем виде

$$Ax + By + Cz + D = 0, \quad (1)$$

где  $x, y, z$  – пространственные координаты реперов опорной сети, м;  $A, B, C, D$  – коэффициенты, связанные с нормалью к плоскости направляющими косинусами на основе выражений

$$\cos \alpha = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}; \quad (2)$$

$$\cos \beta = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}; \quad (3)$$

$$\cos \gamma = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}; \quad (4)$$

и рассчитываемые по формулам

$$A = \left( \sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i) - \sum_{i=1}^n (y_i \cdot z_i) \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^n (y_i \cdot z_i) - \sum_{i=1}^n (z_i \cdot z_i) \right) - \left( \sum_{i=1}^n (x_i \cdot z_i) - \sum_{i=1}^n (z_i \cdot z_i) \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^n (y_i \cdot y_i) - \sum_{i=1}^n (y_i \cdot z_i) \right); \quad (5)$$

$$B = \left( \sum_{i=1}^n (x_i \cdot z_i) - \sum_{i=1}^n (z_i \cdot z_i) \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i) - \sum_{i=1}^n (x_i \cdot z_i) \right) - \left( \sum_{i=1}^n (x_i \cdot x_i) - \sum_{i=1}^n (x_i \cdot z_i) \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^n (y_i \cdot z_i) - \sum_{i=1}^n (z_i \cdot z_i) \right); \quad (6)$$

$$C = \left( \sum_{i=1}^n (x_i \cdot x_i) - \sum_{i=1}^n (x_i \cdot z_i) \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^n (y_i \cdot y_i) - \sum_{i=1}^n (y_i \cdot z_i) \right) - \left( \sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i) - \sum_{i=1}^n (y_i \cdot z_i) \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i) - \sum_{i=1}^n (x_i \cdot z_i) \right), \quad (7)$$

где  $\alpha, \beta, \gamma$  – углы между положительными направлениями осей координат  $X, Y, Z$  соответственно и нормалью к плоскости, градусы;  $n$  – количество реперов, координаты которых аппроксимируются плоскостью, ед;  $i$  – порядковый номер репера, координаты которого аппроксимируются плоскостью, ед.

Значения координат центра  $C$  плоскости будут рассчитываться по соотношениям

$$X_C = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad (8)$$

$$Y_C = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}; \quad (9)$$

$$Z_C = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{n}. \quad (10)$$

Нормаль к плоскости будет иметь свое начало в центре  $C$  плоскости. При нестациональности и смещении реперов опорной сети нормаль будет отклоняться от положения,

рассчитанного в предыдущем цикле: будут изменяться направляющие косинусы  $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ , и, как следствие, углы  $\alpha, \beta, \gamma$  между положительными направлениями осей координат и нормалью. Для удобства анализа стабильности опорной сети возможно представить отклонение нормали не только в угловой, но и в линейной мере. Для этого необходимо отметить на нормали условную точку  $N$ , которая могла бы быть однозначно определена математическими соотношениями при любой конфигурации опорной сети. Предлагается ограничить полученную путем аппроксимации плоскость ломаной линией, построенной по вершинам наиболее удаленных от центра  $C$  плоскости реперов опорной сети, в результате чего будет получена фигура плоского многоугольника. Определив длину наибольшей средней линии  $S_M$  полученного многоугольника, возможно рассчитать координаты и высоту условной точки  $N$ , которая будет располагаться на нормали и будет удалена от центра  $C$  плоскости на длину наибольшей средней линии многоугольника  $S_M$  (рис. 1).

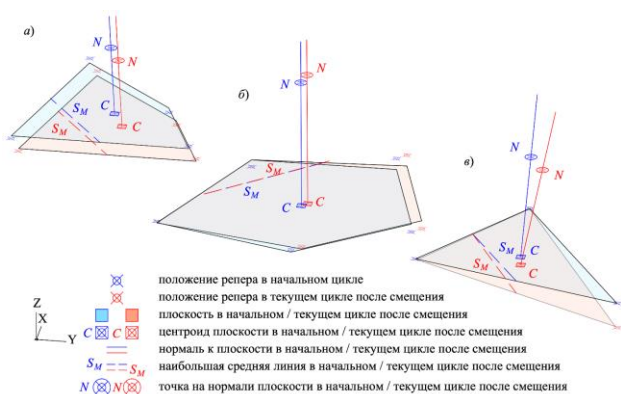


Рис. 1. Характерные элементы плоскости (центроид, нормаль, точка на нормали), полученной путем аппроксимации пространственных координат реперов опорной сети при различных видах смещений реперов опорной сети:

- а) смещение в пространстве всех реперов опорной сети;
- б) горизонтальное смещение части реперов опорной сети;
- в) вертикальное смещение части реперов опорной сети

Пространственное положение точки  $N$  на нормали к плоскости в таком случае будет определяться соотношениями:

$$X_N = X_C \cdot \cos \alpha \cdot S_M ; \quad (11)$$

$$Y_N = Y_C \cdot \cos \beta \cdot S_M ; \quad (12)$$

$$Z_N = Z_C \cdot \cos \gamma \cdot S_M . \quad (13)$$

Таким образом, выполнив аппроксимацию пространственных координат  $x, y, z$  реперов опорной сети плоскостью в каждом цикле, можно определить изменения  $\Delta X_C, \Delta Y_C, \Delta Z_C, \Delta \alpha, \Delta \beta, \Delta \gamma, \Delta X_N, \Delta Y_N, \Delta Z_N$  значений  $X_C, Y_C, Z_C, \alpha, \beta, \gamma, X_N, Y_N, Z_N$  между циклами по формуле:

$$\Delta = v_i - v_0, \quad (14)$$

где  $v_i$  – значение положения характерного элемента плоскости в данном цикле;  $v_0$  – значение положения характерного элемента плоскости в начальном (нулевом) цикле.

Для определения наличия нестабильных реперов в сети предлагается вычислять критерий стабильности  $MX_C, MY_C, MZ_C,$

$M\alpha, M\beta, M\gamma, MX_N, MY_N, MZ_N$  для каждого из характерных элементов плоскости по следующей схеме: на основе данных о средних квадратических погрешностях (СКП)  $M_{xyz}$  определения координат  $x, y, z$  каждого из реперов опорной сети в начальном цикле, моделируется  $n$  вариантов координат  $x_{\text{мод}}, y_{\text{мод}}, z_{\text{мод}}$  реперов сети:

$$\begin{pmatrix} x_{\text{мод}} \\ y_{\text{мод}} \\ z_{\text{мод}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \pm k \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где  $M_x, M_y, M_z$  – СКП определения положения реперов по осям  $X, Y, Z$  соответственно,  $m$ ;  $k$  – множитель доверительного интервала,  $k \in [1; 3]$ .

Моделирование возможно выполнить в программном продукте Microsoft Excel с помощью команды «НОРМ.ОБР», указав в качестве ее параметров вероятность с помощью функции «СЛЧИС()», среднее значение в виде значения координаты, а также стандартное отклонение, равное СКП определения положения репера. Число  $n$  подбирается, исходя из принципа  $n \rightarrow \infty$ , а его значение ограничивается аппаратными возможностями вычислительной системы. Опытным путем было получено оптимальное значение  $n$ , равное 1 000.

Погрешности  $M_{xyz}$  определения координат реперов могут быть приняты, основываясь на нормативной документации о требуемой точности к СКП определения пунктов опорной сети (СП 420.1325800.2018 «Инженерные изыскания для строительства в районах развития оползневых процессов» (СП 420) для оползневых наблюдений и т. п.), либо на основе данных о результатах уравнивания сети. Каждый вариант координат аппроксимируется плоскостью: значения  $X_C, Y_C, Z_C, \alpha, \beta, \gamma, X_N, Y_N, Z_N$  определяются  $n$  раз. Разброс координат  $x, y, z$  реперов между вариантами вызовет разброс значений  $X_C, Y_C, Z_C, \alpha, \beta, \gamma, X_N, Y_N, Z_N$ , что позволит определить СКП  $MX_C, MY_C, MZ_C,$

$M\alpha, M\beta, M\gamma, MX_N, MY_N, MZ_N$  значений  $X_C, Y_C, Z_C, \alpha, \beta, \gamma, X_N, Y_N, Z_N$  по формуле Бесселя

$$M = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (v_i - v)^2}{n-1}}, \quad (16)$$

где  $v_i$  – значение положения характерного элемента плоскости в данном варианте, мм;  $v$  – среднее из всех значений положения характерного элемента плоскости, мм;  $n$  – количество вариантов, ед.

Вычисленные величины СКП изменения положения каждого из характерных элементов плоскости в начальном цикле высту-

пают критерием стабильности сети. Превышение между циклами значениями  $\Delta X_C, \Delta Y_C, \Delta Z_C, \Delta\alpha, \Delta\beta, \Delta\gamma, \Delta X_N, \Delta Y_N, \Delta Z_N$  величины своего критерия стабильности  $MX_C, MY_C, MZ_C, M\alpha, M\beta, M\gamma, MX_N, MY_N, MZ_N$  будет говорить об изменении положения данного характерного элемента плоскости и, следовательно, о нестабильности реперов сети. Анализ того, какие именно характерные элементы плоскости изменили положение, позволит определять характер смещения реперов, а также определять конкретные нестабильные реперы в опорной сети.

Алгоритм анализа представлен в виде блок-схемы (рис. 2).

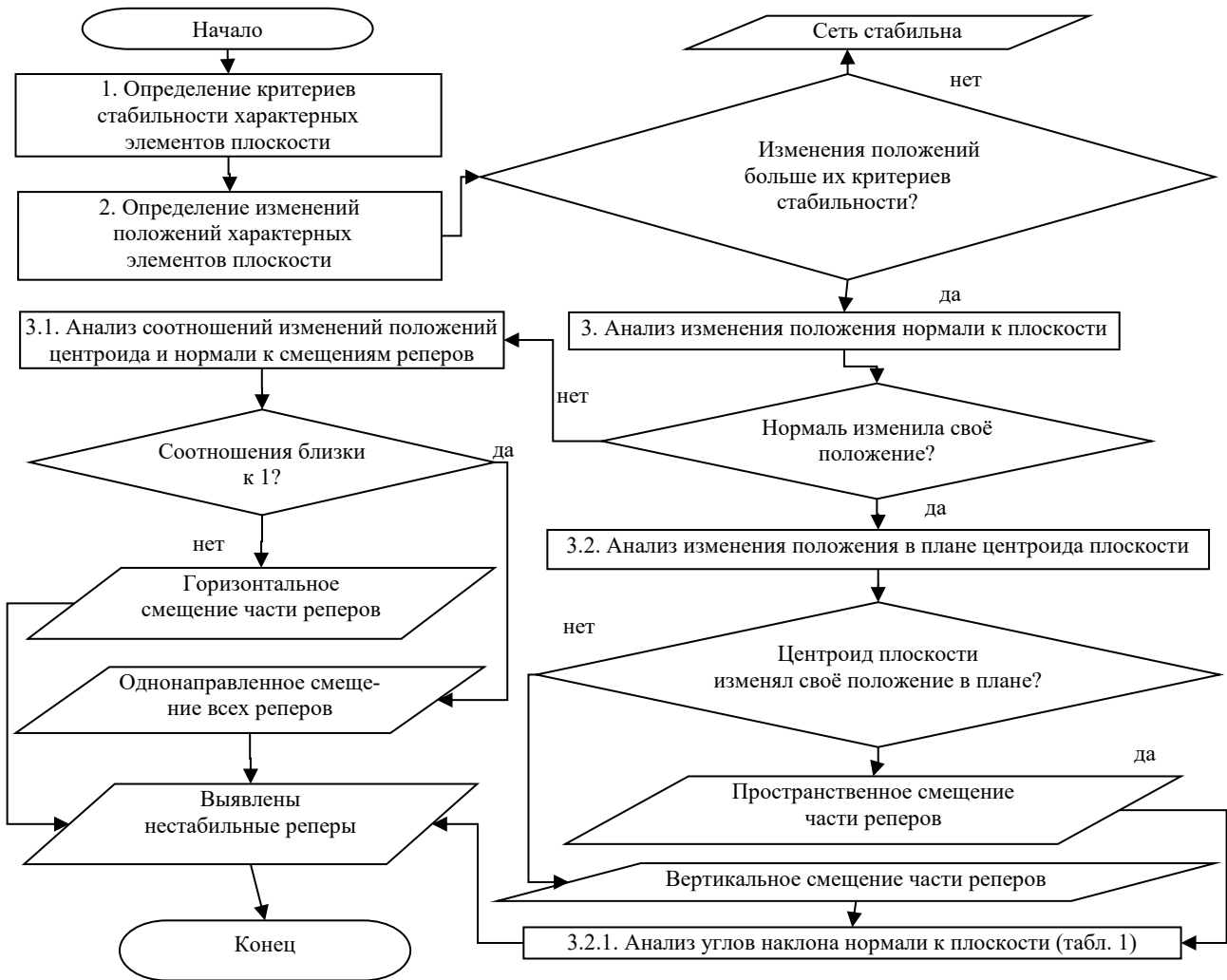


Рис. 2. Блок схема алгоритма определения нестабильных реперов опорной сети и характера их смещений

Рассмотрим ключевые моменты представленного алгоритма более подробно.

Этап 1: определение критериев стабильности характерных элементов плоскости. На данном этапе определяются значения  $MX_C$ ,  $MY_C$ ,  $MZ_C$ ,  $M\alpha$ ,  $M\beta$ ,  $M\gamma$ ,  $MX_N$ ,  $MY_N$ ,  $MZ_N$  по данным начального (нулевого) цикла.

Этап 2: определение положений характерных элементов плоскости в предыдущем и текущем циклах. На данном этапе определяются значения  $X_C$ ,  $Y_C$ ,  $Z_C$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $X_N$ ,  $Y_N$ ,  $Z_N$  в текущем и предыдущих циклах. Далее оцениваются изменения  $\Delta X_C$ ,  $\Delta Y_C$ ,  $\Delta Z_C$ ,  $\Delta\alpha$ ,  $\Delta\beta$ ,  $\Delta\gamma$ ,  $\Delta X_N$ ,  $\Delta Y_N$ ,  $\Delta Z_N$  этих значений между циклами и в случае, если они превышают значение своего критерия стабильности  $MX_C$ ,  $MY_C$ ,  $MZ_C$ ,  $M\alpha$ ,  $M\beta$ ,  $M\gamma$ ,  $MX_N$ ,  $MY_N$ ,  $MZ_N$ , можно говорить о наличии нестабильных реперов опорной сети и перейти к этапу 3.

Этап 3: анализ положения нормали к плоскости. В случае, если одновременно выполняются условия  $\Delta\alpha < M\alpha$ ,  $\Delta\beta < M\beta$  и  $\Delta\gamma < M\gamma$ , положение нормали считается стабильным и можно говорить либо о горизонтальном смещении части реперов, либо об однонаправленном смещении всех реперов. В таком случае, для дальнейшего анализа следует перейти к этапу 3.1. В ином случае при невыполнении хотя бы одного из условий, положение нормали считается нестабильным и можно говорить о наличии или пространственных, или вертикальных смещений части реперов, либо о разнонаправленных смещениях всех реперов. В таком случае следует перейти к этапу 3.2.

Этап 3.1: анализ пространственного положения центра  $C$  плоскости и точки  $N$  на

нормали к плоскости. Вычисляются соотношения  $\frac{\Delta X_C}{\Delta x}$ ,  $\frac{\Delta Y_C}{\Delta y}$ ,  $\frac{\Delta Z_C}{\Delta z}$ ,  $\frac{\Delta X_N}{\Delta x}$ ,  $\frac{\Delta Y_N}{\Delta y}$ ,  $\frac{\Delta Z_N}{\Delta z}$ .

Значения всех соотношений, близкое к 1, будет говорить о том, что сместились все реперы опорной сети. Вектор направления смещений всех реперов опорной сети можно определить по наибольшим значениям  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ . В ином случае, если у какого-либо из соотношений значение меньше 1, это будет означать, что данный репер сместился больше, чем центр  $C$  плоскости, точка  $N$  на нормали к плоскости и другие реперы. В таком случае, опорной сети будет свойственно горизонтальное смещение части реперов. По наименьшему значению соотношения можно определить репер с наибольшим смещением, а по наибольшим величинам  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  сделать вывод о направленности вектора смещения вдоль оси  $X$  или  $Y$ .

Этап 3.2: анализ планового положения центра  $C$  плоскости. В случае, если  $\Delta X_C > MX_C$  или  $\Delta Y_C > MY_C$ , можно говорить о наличии пространственного смещения части реперов. В ином случае, при одновременном выполнении условий  $\Delta X_C < MX_C$  и  $\Delta Y_C < MY_C$  можно сделать вывод, что смещения реперов характеризуются осадкой или поднятием. С целью дальнейшего анализа необходимо перейти к этапу 3.2.1, в котором представляется возможным определить реперы, смещения которых могли характеризоваться осадкой или поднятием.

Этап 3.2.1: анализ углов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  наклона нормали к плоскости. По анализу углов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  наклона нормали к плоскости можно определить нестабильные реперы в сети (табл. 1)

Таблица 1

Выводы о смещениях реперов по анализу углов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  наклона нормали к плоскости

Соотношения $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$	Вывод
$\Delta\alpha > M\Delta\alpha, \Delta\alpha > 0$ $\Delta\beta < M\Delta\beta$ $\Delta\gamma > M\Delta\gamma, \Delta\gamma \approx \Delta\alpha$	Осадка реперов с координатами $x < X_C$ Поднятие реперов с координатами $x > X_C$

Соотношения $\alpha, \beta, \gamma$	Вывод
$\Delta\alpha > M\Delta\alpha, \Delta\alpha < 0$ $\Delta\beta < M\Delta\beta$ $\Delta\gamma > M\Delta\gamma, \Delta\gamma \approx \Delta\alpha$	Осадка реперов с координатами $x > X_C$ Поднятие реперов с координатами $x < X_C$
$\Delta\alpha < M\Delta\alpha$ $\Delta\beta > M\Delta\beta, \Delta\beta > 0$ $\Delta\gamma > M\Delta\gamma, \Delta\gamma \approx \Delta\beta$	Осадка реперов с координатами $x < X_C$ Поднятие реперов с координатами $x > X_C$
$\Delta\alpha < M\Delta\alpha$ $\Delta\beta > M\Delta\beta, \Delta\beta < 0$ $\Delta\gamma > M\Delta\gamma, \Delta\gamma \approx \Delta\beta$	Осадка реперов с координатами $x > X_C$ Поднятие реперов с координатами $x < X_C$
$\Delta\alpha > M\Delta\alpha, \Delta\alpha > 0$ $\Delta\beta > M\Delta\beta, \Delta\beta > 0$ $\Delta\gamma > M\Delta\gamma$	Осадка реперов с координатами $x < X_C, y < Y_C$ Поднятие реперов с координатами $x > X_C, y > Y_C$
$\Delta\alpha > M\Delta\alpha, \Delta\alpha > 0$ $\Delta\beta > M\Delta\beta, \Delta\beta < 0$ $\Delta\gamma > M\Delta\gamma$	Осадка реперов с координатами $x < X_C, y > Y_C$ Поднятие реперов с координатами $x > X_C, y < Y_C$
$\Delta\alpha > M\Delta\alpha, \Delta\alpha < 0$ $\Delta\beta > M\Delta\beta, \Delta\beta > 0$ $\Delta\gamma > M\Delta\gamma$	Осадка реперов с координатами $x > X_C, y < Y_C$ Поднятие реперов с координатами $x < X_C, y > Y_C$
$\Delta\alpha > M\Delta\alpha, \Delta\alpha < 0$ $\Delta\beta > M\Delta\beta, \Delta\beta < 0$ $\Delta\gamma > M\Delta\gamma$	Осадка реперов с координатами $x > X_C, y > Y_C$ Поднятие реперов с координатами $x < X_C, y < Y_C$

По представленному методу оценки стабильности геодезических сетей по пространственным координатам авторами статьи был разработан и реализован алгоритм (см. рис. 2) в программном продукте на языке программирования Python [37].

### Апробация и результаты

Смоделируем процесс нестабильности реперов опорной сети по примерам конфигурации опорных сетей, представленных на рис. 1. Рассмотрим три случая смещения реперов: смещение в пространстве всех реперов опорной сети (рис. 1, а); горизонтальное смещение

части реперов опорной сети (рис. 1, б); вертикальное смещение части реперов опорной сети (рис. 1, в). Наблюдения в каждом из случаев будут состоять из пяти циклов. Смещение будет составлять величину 1–3 мм в цикл. СКП определения положения реперов в каждом из циклов будет находиться в диапазоне 1–3 мм. Критерий стабильности каждого из характерных элементов плоскости был рассчитан по данным из 1-го цикла наблюдений, на основе СКП определения положения реперов в 1-м цикле, полученных по результатам уравнивания сети. Результаты оценки стабильности по смоделированным данным представлены в табл. 2–4.

Таблица 2

Величины моделирования смещений характерных элементов плоскости и критерии их стабильности для случая 1,  $R^2$  – доверительная вероятность

Номера циклов	$\Delta X_C$ , м	$\Delta Y_C$ , м	$\Delta Z_C$ , м	$\Delta\alpha$	$\Delta\beta$	$\Delta\gamma$	$\Delta X_N$ , м	$\Delta Y_N$ , м	$\Delta Z_N$ , м
1–2	0,003	0,001	0,005	0°00'05,12"	0°00'02,30"	0°00'02,34"	0,007	0,001	0,004
2–3	0,003	0,002	0,004	0°00'03,35"	0°00'00,86"	0°00'00,89"	0,006	0,002	0,007
3–4	0,006	0,005	0,006	0°00'03,35"	0°00'07,97"	0°00'08,00"	0,008	0,001	0,006
4–5	0,007	0,005	0,010	0°00'01,79"	0°00'08,72"	0°00'08,71"	0,006	0,001	0,012
Критерий стабильности ( $R^2 = 0,99$ )	0,003	0,003	0,004	0°00'07,25"	0°00'08,77"	0°00'08,80"	0,006	0,007	0,006

Таблица 3

Величины моделирования смещений характерных элементов плоскости и критерии их стабильности для случая 2,  $R^2$  – доверительная вероятность

Номера циклов	$\Delta X_C$ , м	$\Delta Y_C$ , м	$\Delta Z_C$ , м	$\Delta\alpha$	$\Delta\beta$	$\Delta\gamma$	$\Delta X_N$ , м	$\Delta Y_N$ , м	$\Delta Z_N$ , м
1–2	0,000	0,003	0,001	0°00'01,10"	0°00'00,52"	0°00'00,08"	0,001	0,003	0,001
2–3	0,003	0,002	0,002	0°00'00,30"	0°00'01,47"	0°00'01,48"	0,003	0,000	0,004
3–4	0,004	0,002	0,001	0°00'02,49"	0°00'00,59"	0°00'00,36"	0,007	0,003	0,007
4–5	0,006	0,005	0,001	0°00'01,20"	0°00'01,41"	0°00'01,75"	0,005	0,007	0,004
Критерий стабильности ( $R^2 = 0,99$ )	0,003	0,002	0,002	0°00'02,89"	0°00'03,19"	0°00'03,28"	0,004	0,004	0,005

Таблица 4

Величины моделирования смещений характерных элементов плоскости и критерии их стабильности для случая 3,  $R^2$  – доверительная вероятность

Номера циклов	$\Delta X_C$ , м	$\Delta Y_C$ , м	$\Delta Z_C$ , м	$\Delta\alpha$	$\Delta\beta$	$\Delta\gamma$	$\Delta X_N$ , м	$\Delta Y_N$ , м	$\Delta Z_N$ , м
1–2	0,001	0,001	0,002	0°00'04,46"	0°00'01,86"	0°00'04,80"	0,003	0,003	0,003
2–3	0,000	0,001	0,004	0°00'02,07"	0°00'05,19"	0°00'03,42"	0,002	0,006	0,007
3–4	0,001	0,003	0,002	0°00'02,39"	0°00'03,86"	0°00'03,36"	0,001	0,006	0,003
4–5	0,001	0,002	0,006	0°00'02,23"	0°00'05,06"	0°00'00,76"	0,003	0,007	0,009
Критерий стабильности ( $R^2 = 0,99$ )	0,003	0,004	0,004	0°00'06,22"	0°00'04,39"	0°00'05,94"	0,007	0,006	0,006



Анализируя полученные результаты вычислений, можно сделать следующие выводы: в случае 1, при смещении всех реперов опорной сети в пространстве, на этапе 2 было обнаружено, что некоторые характерные элементы изменили свое положение начиная с 1 цикла:  $\Delta Z_C > MZ_C$ ,  $\Delta X_N > MX_N$ . На третьем этапе при анализе смещений с 0 по 4 циклы ни одно из значений изменения углов наклона  $\Delta\alpha$ ,  $\Delta\beta$ ,  $\Delta\gamma$  нормали к плоскости не превысило значения своего критерия стабильности  $M\alpha$ ,  $M\beta$ ,  $M\gamma$ , что говорит о неизменном положении нормали к плоскости в течение всего периода наблюдений. Соотношения  $\frac{\Delta X_C}{\Delta x}$ ,  $\frac{\Delta Y_C}{\Delta y}$ ,  $\frac{\Delta Z_C}{\Delta z}$ ,  $\frac{\Delta X_N}{\Delta x}$ ,  $\frac{\Delta Y_N}{\Delta y}$ ,  $\frac{\Delta Z_N}{\Delta z}$  приблизительно равны 1 в пределах погрешности определения координат реперов, в связи с чем можно сделать вывод об однонаправленных пространственных смещениях реперов: центроид  $C$  и точка  $N$  на нормали к плоскости изменяли своё положение по всем трем осям  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ .

В случае 2 при горизонтальном смещении части реперов опорной сети, аналогично первому случаю, нормаль оставалась стабильной:  $\Delta\alpha < M\alpha$ ,  $\Delta\beta < M\beta$  и  $\Delta\gamma < M\gamma$  в каждом из циклов. Однако, на этапе 3.1 значения соотношений  $\frac{\Delta X_C}{\Delta x}$ ,  $\frac{\Delta Y_C}{\Delta y}$ ,  $\frac{\Delta Z_C}{\Delta z}$ ,  $\frac{\Delta X_N}{\Delta x}$ ,  $\frac{\Delta Y_N}{\Delta y}$ ,  $\frac{\Delta Z_N}{\Delta z}$  для трех из пяти реперов оказались равными меньше 1 на величину, большую чем погрешность определения координат реперов, в связи с чем можно сделать вывод о наличии у данных реперов горизонтальных смещений.

В случае 3, на этапе 3 для 2-го цикла наблюдений можно обнаружить, что  $\Delta\beta > M\beta$ , что говорит об изменении положения нормали к плоскости между циклами. Центроид плоскости при этом не имеет превышения критерия стабильности по осям  $X$ ,  $Y$ :  $\Delta X_C < MX_C$  и  $\Delta Y_C < MY_C$ , что говорит об отсутствии у него горизонтальных смещений. По наклону нормали в сторону положительного направления оси  $Y$ , можно сделать вывод об осадке од-

ного из реперов, в сторону которого отклонилась нормаль.

Апробация метода и оценка стабильности пунктов были выполнены на примере сети постоянно действующих базовых станций (ПДБС) «ГЕОСПАЙДЕР» [38]. На пунктах сети «ГЕОСПАЙДЕР» в непрерывном режиме работают ГНСС-приемники, выполняющие сеансы наблюдений в режиме «Статика», данные наблюдений которых предоставляются пользователям на коммерческой основе. Сеть широко развита в Санкт-Петербурге и Ленинградской области, что позволяет выполнить оценку стабильности сети по нескольким пунктам в пределах территории города.

В качестве исходных данных были получены RINEX-файлы наблюдений четырех пунктов сети ПДБС («BLNS», «BNTA», «GU29», «ORLV») на пять дат: 12.04.2021, 23.06.2021, 07.07.2021, 01.04.2022 и 11.04.2022 с продолжительностями сеансов наблюдений от 2 до 24 часов.

С помощью программного обеспечения (ПО) Topcon Tools была выполнена предварительная обработка, которая заключается в разрешении неоднозначности фазовых измерений и вычислении векторов базовых линий. По результатам предобработки для всех векторов были получены фиксированные решения, а также определены точности наблюдения векторов в плане и по высоте. В проекте были применены параметры условной системы координат на эллипсоиде WGS84: поперечная проекция Меркатора, начальная широта  $59^\circ$ , осевой меридиан  $30^\circ$ , смещение на север 0 м, смещение на восток 0 м, масштаб 1, а также применены параметры геоида EGM 2008 для участка в пределах диапазона долгот  $27^\circ$ – $45^\circ$ . Для наблюдаемой сети выполнено свободное уравнивание без указания опорных пунктов, были получены координаты пунктов сети со СКП определения их положения, которые находились в диапазоне 1–2 мм в плане и по высоте. Для пункта «BLNS» при свободном уравнивании СКП определения положения были наименьшими:  $M_x = M_y = M_z = 1$  мм, он выбран в качестве опорного, с координатами 104559,744 м; 19433,300 м; 29,831 м по осям  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ . Далее, пункт «BLNS» с его координатами, полученными из свободного

уравнивания, был принят в качестве опорного пункта в 1-м цикле и выполнено свободно-ограниченное уравнивание сети, в результате которого получены координаты всех четырех пунктов сети со СКП их определения (табл. 5). При обработке 2-го цикла наблюдений, пункт «BLNS» с его координатами из результатов свободно-ограниченного уравнивания 1-го цикла был принят в качестве опорного. При обработке циклов 2–5 пункт с наименьшими СКП определения положения в теку-

щем цикле принимался как самый надежный, его координаты использовались как координаты опорного пункта при свободно-ограниченном уравнивании в следующем цикле. В случае, если в сети при оценке стабильности была бы обнаружена нестабильность сразу всех пунктов, это могло бы говорить о потере опорным пунктом текущего цикла стабильности. В таком случае потребуется повторное уравнивание с указанием другого пункта в качестве опорного.

Таблица 5

Исходные данные для оценки стабильности сети пунктов ПДБС «ГЕОСПАЙДЕР»

Дата	Пункт	$x$ , м	$y$ , м	$z$ , м	$M_x$ , м	$M_y$ , м	$M_z$ , м
Цикл 1 12.04.2021	BLNS	104 559,744	19 433,300	29,831	0,000	0,000	0,000
	BNTA	102 797,151	15 746,796	21,873	0,001	0,001	0,003
	GU29	107 225,742	17 806,556	28,127	0,001	0,001	0,003
	ORLV	106 039,432	21 815,867	29,623	0,001	0,001	0,002
Цикл 2 23.06.2021	BLNS	104 559,744	19 433,300	29,831	0,000	0,000	0,000
	BNTA	102 797,147	15 746,792	21,870	0,002	0,001	0,003
	GU29	107 225,732	17 806,550	28,122	0,001	0,001	0,002
	ORLV	106 039,428	21 815,866	29,624	0,001	0,001	0,002
Цикл 3 07.07.2021	BLNS	104 559,744	19 433,300	29,831	0,000	0,000	0,000
	BNTA	102 797,150	15 746,794	21,873	0,001	0,001	0,002
	GU29	107 225,736	17 806,551	28,127	0,001	0,001	0,002
	ORLV	106 039,429	21 815,863	29,617	0,001	0,001	0,002
Цикл 4 01.04.2022	BLNS	104 559,744	19 433,300	29,831	0,000	0,000	0,000
	BNTA	102 797,156	15 746,808	21,869	0,002	0,001	0,004
	GU29	107 225,730	17 806,558	28,131	0,002	0,001	0,004
	ORLV	106 039,425	21 815,865	29,617	0,001	0,001	0,003
Цикл 5 11.04.2022	BLNS	104 559,744	19 433,300	29,831	0,000	0,000	0,000
	BNTA	102 797,159	15 746,797	21,910	0,002	0,002	0,018
	GU29	107 225,746	17 806,558	28,155	0,002	0,002	0,018
	ORLV	106 039,433	21 815,866	29,619	0,001	0,001	0,010

Критерий стабильности сети сформирован на основе данных о положениях пунктов в 1-м цикле. Предельные СКП определения положения пунктов приняты равными 20 мм в плане и 10 мм по высоте согласно СП 420, так как подразумевается, что опорная сеть будет использована для последующих наблюдений за

оползневыми процессами. На основе предельных значений СКП определения положения пунктов были рассчитаны критерии стабильности каждого из характерных элементов плоскости. Результаты оценки стабильности методом аппроксимации координат пунктов сети плоскостью представлены в табл. 6.

Таблица 6

Величины смещений характерных элементов плоскости и критерии их стабильности для сети «ГЕОСПАЙДЕР»,  $R^2$  – доверительная вероятность

Номера циклов	$\Delta X_C$ , м	$\Delta Y_C$ , м	$\Delta Z_C$ , м	$\Delta\alpha$	$\Delta\beta$	$\Delta\gamma$	$\Delta X_N$ , м	$\Delta Y_N$ , м	$\Delta Z_N$ , м
1–2	0,004	0,003	0,002	0°00'00,22"	0°00'00,25"	0°00'00,07"	0,001	0,007	0,000
2–3	0,003	0,003	0,002	0°00'00,04"	0°00'00,21"	0°00'00,14"	0,003	0,001	0,003
3–4	0,004	0,003	0,002	0°00'00,41"	0°00'00,26"	0°00'00,04"	0,010	0,007	0,011
4–5	0,003	0,001	0,015	0°00'00,56"	0°00'01,74"	0°00'01,06"	0,006	0,030	0,013
Критерий стабильности ( $R^2 = 0,99$ )	0,018	0,018	0,016	0°00'02,05"	0°00'01,75"	0°00'01,29"	0,039	0,031	0,032

По результатам оценки стабильности можно отметить, что значение изменения положения ни одного из характерных элементов плоскости не превысило значения своего критерия стабильности. На основании этого можно сделать вывод о стабильности пунктов сети в данных циклах наблюдений.

**Обсуждение и заключение**

В ходе проведенного исследования был разработан метод оценки стабильности геодезических сетей по пространственным координатам. Предлагаемый метод позволяет на основе аппроксимации пространственных координат плоскостью в каждом из циклов анализировать характер смещений реперов опорной сети, а по величинам изменения положения характерных элементов плоскости: центра, нормали и точки на нормали – делать вывод о наличии или об отсутствии смещений в реперах опорной сети. На основе моделирования возможных положений плоскости в начальном (нулевом) цикле определяется критерий стабильности каждого из характерных элементов, на основе которого в дальнейшем делается заключение об изменении положения между циклами характерного элемента плоскости. На примере моделирования трех вариантов смещений реперов опорной сети показана работа метода, приведен математический

аппарат, позволяющий выполнить реализацию метода.

К основным достоинствам применения данного метода стоит отнести возможность анализировать наличие смещений реперов не только по вертикальным смещениям, но и по горизонтальным, и по пространственным. Кроме того, в отличие от предложенных ранее методов, в данном методе предлагается построение плоскости по любому количеству реперов в любой конфигурации. На основе предлагаемого способа определения критериев стабильности для каждого из характерных элементов, возможно определение этих критериев при любой конфигурации расположения реперов опорной сети и при любом их количестве, что делает метод универсальным в применении. Разработанный алгоритм определения характера смещений по анализу смещений характерных элементов плоскости позволяет не только определить характер смещений реперов опорной сети при потере стабильности, но и выявить конкретные реперы, которые потеряли стабильность.

Применение данного метода позволяет повысить качество выполнения работ по наблюдениям за деформациями, в том числе оползневыми, и других видов работ, где требуется закрепление реперов опорной сети с целью дальнейшего определения смещений рабочих реперов.

### Благодарности

Авторы выражают благодарность всем, кто вносил коррективы, предложения по улучшению качества материалов статьи по ходу ее подготовки. Также авторы выражают благодарность кафедре инженерной геодезии Санкт-Петербургского горного университета императрицы Екатерины II за предоставленную возможность в проведении исследования. Авторы выражают благодарность анонимным рецензентам за их ценные комментарии.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Глазунов В. В., Бурлуцкий С. Б., Шувалова Р. А., Жданов С. В. Повышение достоверности 3D-моделирования оползневого склона на основе учета данных инженерной геофизики // Записки Горного института. – 2022. – Т. 257. – С. 771–782. – DOI 10.31897/PMI.2022.86.
2. Барях А. А., Девятков С. Ю., Денкевич Э. Т. Математическое моделирование развития процесса сдвижения при отработке калийных руд длинными очистными забоями // Записки Горного института. – 2023. – Т. 259. – С. 13–20. – DOI 10.31897/PMI.2023.11.
3. Ислямова А. А., Хорошилов В. С. Моделирование перемещений оползневых склонов по материалам геодезических наблюдений и инженерно-геологических изысканий // Вестник СГУГиТ. – 2021. – Т. 26, № 2. – С. 5–17. – DOI 10.33764/2411-1759-2021-26-2-5-17.
4. Pospelov G. B., Savón Y., Delgado R., Castellanos E. A., Peña A. Inventory Of Landslides Triggered By Hurricane Matthews In Guantánamo, Cuba // Geography, Environment, Sustainability. – 2023. – Vol. 16, No 1. – P. 55–63. – DOI 10.24057/2071-9388-2022-133.
5. Поспехов Г. Б., Савон Ю., Мосейкин В. В. Определение зон оползневой опасности методом анализа иерархий на примере провинции Гуантанамо // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2024. – № 1. – С. 125–145. – DOI 10.25018/0236\_1493\_2024\_1\_0\_125.
6. Niero da Silveira L., Nascimento V. F., Casagrande F., de Souza S. F., Ometto J. P. Assessment of soil loss susceptibility in geodetic landmarks for the past and future climate change scenarios // Journal of South American Earth Sciences. – 2023. – Vol. 130. – P. 104551. – DOI 10.1016/j.jsames.2023.104551.
7. Волохов Е. М., Кожухарова В. К., Бритвин И. А., Савков Б. М., Жерлыгина Е. С. Проблема оценки влияния горных работ на объекты наземной инфраструктуры // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2023. – № 8. – С. 72–93. – DOI 10.25018/0236\_1493\_2023\_8\_0\_72.
8. Аполонский В. В., Купреева Е. Н. Методы расчета наиболее устойчивых реперов нефтегазодобывающего комплекса // Электронный научно-методический журнал Омского ГАУ. – 2019. – № 2 (17). – С. 1–7. – EDN KQRDWC.
9. Калинин И. С. Анализ устойчивости реперов, используемых для наблюдений за деформациями зданий и сооружений в южной зоне распространения многолетнемерзлых грунтов // Интерэкспо Гео-Сибирь. – 2013. – Т. 1, № 3. – С. 155–159. – EDN QITVLT.
10. Гайрабеков М.-Б. И., Мишиева А. Т., Гайрабеков И. Г., Ибрагимова Э. И. Математическая модель осадок опорной геодезической основы для контроля НДС энергетических объектов // Геоэнергетика-2022 : Коллективная монография по материалам V-й Международной научно-практической конференции. Научные редакторы С. В. Алексеенко, М. Ш. Минцаев, И. А. Керимов (2022 г.). – Грозный : Грозненский государственный нефтяной технический университет им. акад. М. Д. Миллионщикова, 2022. – С. 52–57. – DOI 10.34708/GSTOU.2022.87.38.009.
11. Нетребина Ю. С., Хоменко В. С., Ульянова Т. В. К вопросу размещения исходных реперов при геодезическом мониторинге // Тенденции развития науки и образования. – 2021. – № 79-6. – С. 147–152. – DOI 10.18411/trnio-11-2021-277.

12. Мустафин М. Г., Нгуен Х. В. Оценка вертикальных смещений оснований зданий и сооружений на основе анализа элементов деформационной сети // Геодезия и картография. – 2019. – Т. 80, № 3. – С. 11–19. – DOI 10.22389/0016-7126-2019-945-3-11-19.
13. Корнилов Ю. Н., Царёва О. С., Шевченко А. С. Оптимизация расположения деформационных марок при построении сети в виде линейной пространственной засечки // Геодезия и картография. – 2021. – № 12. – С. 2–11. – DOI 10.22389/0016-7126-2021-978-12-2-11.
14. Яицкая Н. А., Бригида В. С., Гаврина О. А., Копылов А. С. Фотограмметрическая оценка деформационных процессов на оползневых склонах при обеспечении устойчивого развития территорий Кавказа // Устойчивое развитие горных территорий. – 2023. – Т. 15, № 3. – С. 558–567. – DOI 10.21177/1998-4502-2023-15-3-558-567.
15. Выстрчил М. Г., Гусев В. Н., Сухов А. К. Методика определения погрешностей сегментированных GRID моделей открытых горных выработок, построенных по результатам аэрофотосъемки с беспилотного воздушного судна // Записки Горного института. – 2023. – Т. 262. – С. 562–570. – EDN SZOFVD.
16. Мустафин М. Г., Кологривко А. А., Васильев Б. Ю. Анализ точности построения цифровых моделей рельефа на основе данных периодического воздушного лазерного сканирования горнопромышленного объекта // Горный журнал. – 2023. – № 2. – С. 56–62. – DOI 10.17580/gzh.2023.02.09.
17. Гусев В. Н., Блищенко А. А., Санникова А. П. Исследование комплекса факторов, оказывающих влияние на погрешность реализации маркшейдерской съемки горных объектов с применением геодезического квадрокоптера // Записки Горного института. – 2022. – Т. 254. – С. 173–179. – DOI 10.31897/PMI.2022.35.
18. Волошина Е. А., Новоженин С. Ю., Келехсаев С. К. Обоснование применения беспилотных летательных аппаратов для определения объема складов полезного ископаемого // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2023. – № 11-1. – С. 305–321. – DOI 10.25018/0236\_1493\_2023\_111\_0\_305.
19. Ganesh B., Vincent S., Pathan S., Garcia S. R. Machine learning based landslide susceptibility mapping models and GB-SAR based landslide deformation monitoring systems: Growth and evolution // Remote Sensing Applications: Society and Environment. – 2023. – Vol. 29. – P. 100905. – DOI 10.1016/j.rsase.2022.100905.
20. Kang Y., Lu Z., Zhao C., Xu Y., Kim J., Gallegos A. J. InSAR monitoring of creeping landslides in mountainous regions: A case study in Eldorado National Forest, California // Remote Sensing of Environment. 2021. – Vol. 258. – P. 112400. – DOI 10.1016/j.rse.2021.112400.
21. Lowry B., Gomez F., Zhou W., Mooney M. A., Held B., Grasmick J. High resolution displacement monitoring of a slow velocity landslide using ground based radar interferometry // Engineering Geology. – 2013. – Vol. 166, No 8. – P. 160–169. – DOI 10.1016/j.enggeo.2013.07.007.
22. Nie J., Tian J., Guo X., Wang B., Liu X., Cheng Y., Jiao P. Vertical deformation analysis based on combined adjustment for GNSS and leveling data // Geodesy and Geodynamics. – 2023. – Vol. 14, I. 5. – P. 477–484. – DOI 10.1016/j.geog.2023.03.003.
23. Ogutcu S., Alcay S., Duman H., Ozdemir B. N., Konukseven C. Static and kinematic PPP-AR performance of low-cost GNSS receiver in monitoring displacements. // Advances in Space Research. – 2023. – Vol. 72, I. 11. – P. 4795–4808. – DOI 10.1016/j.asr.2023.09.025.
24. Bak M., Çelik R. N. Web-NDefA: Open-source and web-based online platform for 3-D deformation analysis of geodetic networks // SoftwareX. – 2023. – Vol. 24. – P. 101523. – DOI 10.1016/j.softx.2023.101523.
25. Geirsson H., d'Oreye N., Mashagiro N., Syaushwa M., Celli G., Kadufu B., Smets B., Kervyn F. Volcano-tectonic deformation in the Kivu Region, Central Africa: Results from six years of continuous GNSS observations of the Kivu Geodetic Network (KivuGNet) // Journal of African Earth Sciences. – 2017. – Vol. 134. – P. 809–823. – DOI 10.1016/j.jafrearsci.2016.12.013.

26. Zhuang W., Cui D., Hao M., Song S., Li Z. Geodetic constraints on contemporary three-dimensional crustal deformation in the Laji Shan–Jishi Shan tectonic belt // *Geodesy and Geodynamics*. – 2023. – Vol. 14, I. 6. – P. 589–596. – DOI 10.1016/j.geog.2023.03.006.
27. Mohanty A., Gahalaut V. K., Chowdhury S., Bansal A. K., Gautam P., Catherine J. Geodetic constraints on slip rate on the Karakoram fault and its role in the Himalayan arc deformation // *Earth and Planetary Science Letters*. – 2024. – Vol. 626. – P. 118512. – DOI 10.1016/j.epsl.2023.118512.
28. Zhang Z., Pan Z. Geodetic and seismic constraints on contemporary deformation on the north-eastern Tibetan plateau: Velocity and strain rate tensor analysis // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. – 2023. – Vol. 338. – P. 107014. – DOI 10.1016/j.pepi.2023.107014.
29. Gao Y., Qu W., Zhang Q., Li J., Li D., Wang Y., Hao M. Assessment of the seismic hazard in North China by combining micro-seismicity records and geodetic observations // *Tectonophysics*. – 2023. – Vol. 869. – P. 230130. – DOI 10.1016/j.tecto.2023.230130.
30. Rajner M., Liwosz T. Analysis of seasonal position variation for selected GNSS sites in Poland using loading modelling and GRACE data // *Geodesy and Geodynamics*. – 2017. – Vol. 8, I. 4. – P. 253–259. – DOI 10.1016/j.geog.2017.04.001.
31. Pan Y., Ding H., Li J., Shum C. K., Mallick R., Jiao J., Li M., Zhang Y. Transient hydrology-induced elastic deformation and land subsidence in Australia constrained by contemporary geodetic measurements // *Earth and Planetary Science Letters*. – 2022. – Vol. 588. – P. 117556. – DOI 10.1016/j.epsl.2022.117556.
32. Gümüş K., Selbesoğlu M. Evaluation of NRTK GNSS positioning methods for displacement detection by a newly designed displacement monitoring system // *Measurement*. – 2019. – Vol. 142. – P. 131–137. – DOI 10.1016/j.measurement.2019.04.041.
33. Елагин А. В., Зайцев М. В., Прохоров Д. А., Шендрик Н. К. Оценка точности определения координат спутниковыми приемниками EFT M3 GNSS и EFT M4 GNSS в режиме RTK // *Вестник СГУГиТ*. – 2020. – Т. 25, № 3. – С. 26–33. – DOI 10.33764/2411-1759-2020-25-3-26-33.
34. Benoit L., Briole P., Martin O., Thom C., Malet J. P., Ulrich P. Monitoring landslide displacements with the Geocube wireless network of low-cost GPS // *Engineering Geology*. – 2015. – Vol. 195. – P. 111–121. – DOI 10.1016/j.enggeo.2015.05.020.
35. Garrido-Carretero M. S., de Lacy-Pérez de los Cobos M. C., Borque-Arancón M. J., Ruiz-Armenteros A. M., Moreno-Guerrero R., Gil-Cruz A. J. Low-cost GNSS receiver in RTK positioning under the standard ISO-17123-8: A feasible option in geomatics // *Measurement*. – 2019. – Vol. 137. – P. 168–178. – DOI 10.1016/j.measurement.2019.01.045.
36. Li L., Yuan Y., Zhang P. On low-cost GNSS observables under different grades of antennas: Receiver-related biases and RTK results // *Measurement*. – 2023. – Vol. 214. – P. 112771. – DOI 10.1016/j.measurement.2023.112771.
37. Программа оценки стабильности геодезических сетей по пространственным координатам: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2024610546 Рос. Федерация № 2023689408 : заявл. 27.12.2023 : опубли. 11.01.2024 Бюл. № 1. 1 с. – EDN TKWWUS.
38. Терещенко В. Е., Лагутина Е. К. Сравнение относительных смещений пунктов сети постоянно действующих базовых станций Новосибирской области, полученных с использованием различных онлайн-сервисов обработки спутниковых измерений // *Вестник СГУГиТ*. – 2019. – Т. 24, № 2. – С. 76–92. – DOI 10.33764/2411-1759-2019-24-2-76-94.

### Об авторах

*Антон Александрович Кузин* – кандидат технических наук, доцент кафедры инженерной геодезии.  
*Владимир Геннадьевич Филиппов* – аспирант кафедры инженерной геодезии.

Получено 22.05.2024

© А. А. Кузин, В. Г. Филиппов, 2024

## A method for assessing the stability of geodetic networks using spatial coordinates based on approximation of coordinates by a plane

A. A. Kuzin<sup>1</sup>, V. G. Filippov<sup>1</sup>✉

<sup>1</sup> Empress Catherine II Saint Petersburg Mining University, Saint Petersburg, Russian Federation

e-mail: s225015@stud.spmi.ru

**Abstract.** The article presents a method for assessing the stability of geodetic networks based on spatial coordinates determined by GNSS technology (GNSS - global navigation satellite systems), based on the approximation of coordinates by a plane. Based on changes in the positions of characteristic elements of the plane: centroid, normal and point on the normal, it is proposed to assess the stability of the reference network benchmarks, draw a conclusion about the nature of the benchmark displacements and identify unstable benchmarks. Three cases of benchmark displacements in the network are simulated and an algorithm for identifying unstable benchmarks in each of them is considered. The method was tested for 4 cycles of observations of points of the network of permanently operating base stations (POBS) "GEOSPIDER" for the observation period from 12.04.2021 to 11.04.2022. The presented method allows assessing the stability of the reference network based on the spatial coordinates of any number of points in any mutual arrangement, which makes it universal for application.

**Keywords:** stability assessment, landslide monitoring, approximation

### REFERENCE

1. Glazunov, V. V., Burlutsky, S. B., Shuvalova, R. A., & Zhdanov, S. V. (2022). Improving the reliability of 3D modelling of a landslide slope based on engineering geophysics data. *Zapiski Gornogo instituta [Journal of Mining Institute]*, 257, 771–782. DOI 10.31897/PMI.2022.86 [in Russian].
2. Baryakh, A. A., Devyatkov, S. Yu., & Denkevich, E. T. (2023). Mathematical modelling of displacement during the potash ores mining by longwall faces. *Zapiski Gornogo instituta [Journal of Mining Institute]*, 259, 13–20. DOI 10.31897/PMI.2023.11 [in Russian].
3. Islyamova, A. A., & Khoroshilov, V. S. (2021). Simulation of displacement of landslides on the materials of geodesic observations and engineering-geological surveys. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 26(2), 5–17. DOI 10.33764/2411-1759-2021-26-2-5-17 [in Russian].
4. Posphehov, G. B., Savón, Y., Delgado, R., Castellanos, E. A., & Peña, A. (2023). Inventory Of Landslides Triggered By Hurricane Matthews In Guantánamo, Cuba. *Geography, Environment, Sustainability*, 16(1), 55–63. DOI 10.24057/2071-9388-2022-133.
5. Posphehov, G. B., Savon, Yu., & Moseykin, V. V. (2024). Landslide susceptibility zonation using the analytical hierarchy process. A case study of Guantanamo Province. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten' (nauchno-tekhnicheskiy zhurnal) [Mining Informational and Analytical Bulletin (Scientific and Technical Journal)]*, 1, 125–145. DOI 10.25018/0236\_1493\_2024\_1\_0\_125 [in Russian].
6. Niero da Silveira, L., Nascimento, V. F., Casagrande, F., de Souza, S. F., & Ometto, J. P. (2023). Assessment of soil loss susceptibility in geodetic landmarks for the past and future climate change scenarios. *Journal of South American Earth Sciences*, 130, P. 104551. DOI 10.1016/j.jsames.2023.104551.
7. Volohov, E. M., Kozhukharova, V. K., Britvin, I. A., Savkov, B. M., & Zherlygina, E. S. (2023). Assessment of impact of mining operations on surface infrastructure. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten' (nauchno-tekhnicheskiy zhurnal) [Mining Informational and Analytical Bulletin (Scientific and Technical Journal)]*, 8, 72–93. DOI 10.25018/0236\_1493\_2023\_8\_0\_72 [in Russian].
8. Apolonsky, V. V., & Kupreeva, E. N. (2019). Methods of design of stability frame for oil and gas complex. *Elektronnyy nauchno-metodicheskiy zhurnal Omskogo GAU*, 2 (17), 1–7. EDN KQRDWC [in Russian].

9. Kalinchenko, I. S. (2013). Stability analysis frame, used to monitor the deformation of buildings and structures in the southern zone of permafrost. *Interexpo Geo-Sibir' [Interexpo Geo-Siberia]*, 1(3), 155–159. EDN QITVLT [in Russian].
10. Gairabekov, M-B. I., Mishiev, A. T., Gairabekov, I. G., & Ibragimova, E. I. (2022). Mathematical model of the settlement of the background geodetic foundation for power objects VAT control. In *Geoenergetika-2022 : Kollektivnaya monografiya po materialam V-y Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii. Nauchnye redaktory S.V. Alekseenko, M.Sh. Mintsae, I.A. Kerimov* (pp. 52–57). Groznyy: GSTOU named after acad. M.D. Millionshchikov Publ. DOI 10.34708/GSTOU.2022.87.38.009 [in Russian].
11. Netrobina, Yu. S., Khomenko, V. S., & Ul'yanova, T. V. (2021). K voprosu razmeshcheniya iskhodnykh re-perov pri geodezicheskom monitoringe. *Tendentsii razvitiya nauki i obrazovaniya*, 79-6, 147–152. – DOI 10.18411/trnio-11-2021-277 [in Russian].
12. Mustafin, M. G., & Nguyen, H. V. (2019). The Estimation of the Building's Vertical Shifts and Construction Groundworks on the Basis of Deformation Network Element Analysis. *Geodeziya i kartografiya [Geodesy and Cartography]*, 3, 11–19. DOI 10.22389/0016-7126-2019-945-3-11-19 [in Russian].
13. Kornilov, Yu. N., Tsareva, O. S., & Shevchenko, A. S. (2021). Optimization of deformation marks location at building a network in the form of a linear spatial intersection. *Geodeziya i kartografiya [Geodesy and Cartography]*, 12, 2–11. DOI 10.22389/0016-7126-2021-978-12-2-11 [in Russian].
14. Yaitskaya, N. A., Brigida, V., Gavrina, O. A., & Kopylov, A. S. (2023). Photogrammetric assessment of deformation processes of landslide slopes while ensuring sustainable development of Caucasus Territories. *Ustoychivoe razvitie gornyykh territoriy [Sustainable Development of Mountain Territories]*, 15(3), 558–567. DOI 10.21177/1998-4502-2023-15-3-558-567 [in Russian].
15. Vystrichil, M. G., Gusev, V. N., & Sukhov, A. K. (2023). A method of determining the errors of segmented GRID models of open-pit mines constructed with the results of unmanned aerial photogrammetric survey. *Zapiski Gornogo instituta [Journal of Mining Institute]*, 262, 562–579. EDN SZOFVD [In Russian].
16. Mustafin, M. G., Kologrivko, A. A., & Vasiliev, B. Yu. (2023). Accuracy of digital terrain modeling based on periodic airborne laser scanning of a mining object. *Gornyy zhurnal [Gornyy Zhurnal]*, 2, 56–62. DOI 10.17580/gzh.2023.02.09 [in Russian].
17. Gusev, V. N., Blishchenko, A. A., & Sannikova, A. P. (2022). Study of a set of factors influencing the error of surveying mine facilities using a geodesic quadcopter. *Zapiski Gornogo instituta [Journal of Mining Institute]*, 254, 173–179. DOI 10.31897/PMI.2022.35 [in Russian].
18. Voloshina, E. A., Novozhenin, S. Yu., & Kelekhsaev, S. K. (2023). Substantiation of use of unmanned aerial vehicles in volume evaluation of mineral storages. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten' (nauchno-tehnicheskii zhurnal) [Mining Informational and Analytical Bulletin (Scientific and Technical Journal)]*, 11-1, 305–321. DOI 10.25018/0236\_1493\_2023\_111\_0\_305 [in Russian].
19. Ganesh, B., Vincent, S., Pathan, S., & Garcia, S. R. (2023). Machine learning based landslide susceptibility mapping models and GB-SAR based landslide deformation monitoring systems: Growth and evolution. *Remote Sensing Applications: [Society and Environment]*, 29, P. 100905. DOI 10.1016/j.rsase.2022.100905.
20. Kang, Y., Lu, Z., Zhao, C., Xu, Y., Kim, J., & Gallegos, A. J. (2021). InSAR monitoring of creeping landslides in mountainous regions: A case study in Eldorado National Forest, California. *Remote Sensing of Environment*, 258, P. 112400. DOI 10.1016/j.rse.2021.112400.
21. Lowry, B., Gomez, F., Zhou, W., Mooney, M. A., Held, B., & Grasmick, J. (2013). High resolution displacement monitoring of a slow velocity landslide using ground based radar interferometry. *Engineering Geology*, 166(8), P. 160–169. DOI 10.1016/j.enggeo.2013.07.007.
22. Nie, J., Tian, J., Guo, X., Wang, B., Liu, X., Cheng, Y., & Jiao, P. (2023). Vertical deformation analysis based on combined adjustment for GNSS and leveling data. *Geodesy and Geodynamics*, 14(5), P. 477–484. DOI 10.1016/j.geog.2023.03.003.



23. Ogutcu, S., Alcaay, S., Duman, H., Ozdemir, B. N., & Konukseven, C. (2023). Static and kinematic PPP-AR performance of low-cost GNSS receiver in monitoring displacements. *Advances in Space Research*, 72(11), P. 4795–4808. DOI 10.1016/j.asr.2023.09.025.
24. Bak, M., & Çelik, R. N. (2023). Web-NDefA: Open-source and web-based online platform for 3-D deformation analysis of geodetic networks. *SoftwareX*, 24, P. 101523. DOI 10.1016/j.softx.2023.101523.
25. Geirsson, H., d'Oreye, N., Mashagiro, N., Syaushwa, M., Celli, G., Kadufu, B., Smets, B., & Kervyn, F. (2017). Volcano-tectonic deformation in the Kivu Region, Central Africa: Results from six years of continuous GNSS observations of the Kivu Geodetic Network (KivuGNet). *Journal of African Earth Sciences*, 134, P. 809–823. DOI 10.1016/j.jafrearsci.2016.12.013.
26. Zhuang, W., Cui, D., Hao, M., Song, S., & Li, Z. (2023). Geodetic constraints on contemporary three-dimensional crustal deformation in the Laji Shan–Jishi Shan tectonic belt. *Geodesy and Geodynamics*, 14(6), P. 589–596. DOI 10.1016/j.geog.2023.03.006.
27. Mohanty, A., Gahalaut, V. K., Chowdhury, S., Bansal, A. K., Gautam, P., & Catherine, J. (2024). Geodetic constraints on slip rate on the Karakoram fault and its role in the Himalayan arc deformation. *Earth and Planetary Science Letters*, 626, P. 118512. DOI 10.1016/j.epsl.2023.118512.
28. Zhang, Z., & Pan, Z. (2023). Geodetic and seismic constraints on contemporary deformation on the northeastern Tibetan plateau: Velocity and strain rate tensor analysis. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 338, P. 107014. DOI 10.1016/j.pepi.2023.107014.
29. Gao, Y., Qu, W., Zhang Q., Li, J., Li, D., Wang, Y., & Hao, M. (2023). Assessment of the seismic hazard in North China by combining micro-seismicity records and geodetic observations. *Tectonophysics*, 869, P. 230130. DOI 10.1016/j.tecto.2023.230130.
30. Rajner, M., & Liwosz, T. (2017). Analysis of seasonal position variation for selected GNSS sites in Poland using loading modelling and GRACE data. *Geodesy and Geodynamics*, 8(4), P. 253–259. DOI 10.1016/j.geog.2017.04.001.
31. Pan, Y., Ding, H., Li, J., Shum, C. K., Mallick, R., Jiao, J., Li, M., & Zhang, Y. (2022). Transient hydrology-induced elastic deformation and land subsidence in Australia constrained by contemporary geodetic measurements. *Earth and Planetary Science Letters*, 588, P. 117556. DOI 10.1016/j.epsl.2022.117556.
32. Gümüş, K., & Selbesoğlu, M. (2019). Evaluation of NRTK GNSS positioning methods for displacement detection by a newly designed displacement monitoring system. *Measurement*, 142, P. 131–137. DOI 10.1016/j.measurement.2019.04.041.
33. Elagin, A. V., Zaitsev, M. V., Prokhorov, D. A., & Shendrik, N. K. (2020). Estimation of coordinates accuracy determination by EFT M3 GNSS and EFT M4 GNSS satellite receivers in RTK mode. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 25(3), 26–33. DOI 10.33764/2411-1759-2020-25-3-26-33 [in Russian].
34. Benoit, L., Briole, P., Martin, O., Thom, C., Malet, J. P., & Ulrich, P. (2015). Monitoring landslide displacements with the Geocube wireless network of low-cost GPS. *Engineering Geology*, 195, P. 111–121. DOI 10.1016/j.enggeo.2015.05.020.
35. Garrido-Carretero, M. S., de Lacy-Pérez de los Cobos, M. C., Borque-Arancón, M. J., Ruiz-Armenteros, A. M., Moreno-Guerrero, R., & Gil-Cruz, A. J. (2019). Low-cost GNSS receiver in RTK positioning under the standard ISO-17123-8: A feasible option in geomatics. *Measurement*, 137, P. 168–178. DOI 10.1016/j.measurement.2019.01.045.
36. Li, L., Yuan, Y., & Zhang, P. (2023). On low-cost GNSS observables under different grades of antennas: Receiver-related biases and RTK results. *Measurement*, 214, P. 112771. DOI 10.1016/j.measurement.2023.112771.
37. Kuzin, A. A. & Filippov, V. G. *Patent RF No. 2024610546*. Saint Petersburg: IP Russian Federation. EDN TKWWUS.
38. Tereshchenko, V. E., & Lagutina, E. K. (2019). Determining of Novosibirsk region reference stations offsets by comparison method of free online GNSS post-processing services. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 24(2), 76–92. DOI 10.33764/2411-1759-2019-24-2-76-94 [in Russian].

**Author details**

*Anton A. Kuzin* – Ph. D., Associate Professor of the Department of Engineering Geodesy.

*Vladimir G. Filippov* – Ph. D. Student, Department of Engineering Geodesy.

Received 22.05.2024

© *A. A. Kuzin, V. G. Filippov, 2024*