

УДК 528.942:004.932

DOI 10.33764/2411-1759-2024-29-3-5-19

Алгоритм оценки точности полигональных TIN-поверхностей, получаемых из разреженных облаков точек

М. Г. Выстрчил¹✉, Т. И. Балтыжакова¹, А. В. Савина¹

¹ Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация
e-mail: Vystrchil_MG@pers.spmi.ru

Аннотация. В статье описан алгоритм программы оценки точности цифровых моделей рельефа, получаемых из данных фотограмметрических и лазерно-сканирующих съемок. Описываемый в работе подход, положенный в основу разработанной авторами программы, позволяет определить среднеквадратические погрешности (СКП) аппроксимации поверхностью нерегулярной триангуляционной сети (TIN) исходного облака точек как в области отдельного полигона, так и всей анализируемой модели рельефа, представляя результаты в удобных для последующего визуального и статистического анализа форматах. Вычисляемые параметры определяются на основе статистической обработки отклонений высотных отметок элементов исходного облака точек относительно рассматриваемой TIN-поверхности, позволяя тем самым количественно оценить приобретенную полигональную модель СКП после редуцирования исходных данных. Предлагаемый алгоритм может применяться как в области научных исследований, посвященных вопросам разрежения и оптимизации данных дистанционного зондирования, так и при решении практических задач, позволяя минимизировать объем хранимой и обрабатываемой информации в выполняемых вычислениях.

Ключевые слова: анализ точности, лазерное сканирование, маркшейдерское обеспечение, облака точек, цифровая фотограмметрия, TIN

Введение

В настоящее время все большее распространение в практике решения маркшейдерских [1], геодезических [2, 3] и землеустроительных задач [4] приобретают дистанционные методы съемок, показательными примерами которых являются лазерно-сканирующие и фотограмметрические съемки [5]. Применение названных технологий инженерных изысканий позволяет значительно ускорить полевой цикл измерений за счет высокой степени автоматизации сбора геопространственной информации [6]. Автоматизация процесса измерений за счет тотального покрытия

снимаемого объекта точками позволяет снизить влияние субъективного человеческого фактора на результирующую модель [7], формируя в результате так называемые облака точек – неупорядоченные массивы данных, содержащие координатное положение точек в пространстве, часто совмещенное с информацией об их цвете, отражающей способности, принадлежности какому-либо классу объектов и пр. (рис. 1).

Естественная дискретность облаков точек, в свою очередь, формирует ряд специфических для такого рода данных трудностей, в частности, непредсказуемость распределения облака точек относительно поверхности снима-

емого объекта. Это приводит к большому количеству избыточных измерений, повышающих вероятность попадания точек на характерные точки и структурные линии снимаемого объекта [8]. Фактически подробность облаков точек определяется расстоянием между смежными точками: чем меньше это расстояние, тем более подробным будет полученное облако. Этот факт в совокупности с

большой площадью снимаемой территории приводит к необходимости обработки моделей, состоящих из десятков и сотен миллионов точек. Усугубляет проблему обработки облаков точек также то, что они, в силу своей структуры, не обеспечивают непрерывность модели, не позволяя определить по облаку точек положение снимаемых объектов в пространстве между измеренными точками.



Рис. 1. Пример облака точек, полученный при с применением цифровой фотограмметрии (9,8 млн точек)

Проблема дискретности результатов съемок традиционно решается применением алгоритмов интерполяции данных, наиболее распространенным из которых является построение поверхности на основе нерегулярных триангуляционных сетей TIN (Triangulated irregular network) [9]. В такой постановке задачи цифровая модель местности описывается совокупностью треугольных граней, вершины которых совпадают с точками облака. Выбор связей, определяющих вершины конкретных треугольников в сети, может быть сделан с использованием различных алгоритмов, наиболее распространенным из которых является алгоритм построения триангуляции Б. Н. Делоне, проецирующий точки облака на плоскость, после чего оптимальные связи между точками определяются таким образом, чтобы в окружность, описывающую вершины каждого треугольника, не попадали другие точки [10].

Исходя из описанной идеи и принципа построения TIN-поверхности, можно выделить несколько существенных для нее ограничений. Так, согласно теореме Эйлера, количе-

ство треугольников, составляющих сеть, может быть оценено по формуле [11]

$$T = 2N - C - 2,$$

где N – количество точек в обрабатываемом множестве; C – количество ребер на внешней границе TIN-поверхности.

Допуская равномерную плотность точек в множестве, количество ребер на границе поверхности может быть приблизительно рассчитано как $\theta \cdot \log N$, что при высоком значении N позволяет примерно оценить число полигонов в сети как удвоенное количество триангулируемых точек. Фактически это приводит к высокому объему необходимых вычислений и алгоритмической сложности, лежащей в пределах от $O(N^2)$ (худший случай) до $O(N \cdot \log N)$ (средний случай). Вычислительная сложность построения триангуляционной сети не позволяет выполнять подобные расчеты «на лету», требуя сохранения для TIN-поверхности не только координат вершин сети, но и связей по каждому треугольнику, кратно увеличивая необходимую для хранения и обработки память.

Все это приводит к необходимости оптимизации обрабатываемых облаков точек, заключающейся в предварительной фильтрации шумов (не относящихся к объекту съемки точек) и разрежению облака – исключения из обработки некоторого набора точек. Принцип выбора отбрасываемых точек зависит от конкретной реализации алгоритма фильтрации и разрежения [12]. В самом простом случае пользователь указывает долю точек, которые необходимо оставить в облаке после разрежения, в результате чего лишние точки откидываются по порядку их перечисления в файле данных. Очевидное преимущество простоты и скорости реализации такого способа разрежения компенсируется тем, что в результирующем подоблаке будет сохранена исходная неравномерность в плотности распределения точек относительно объекта съемки, приводя тем самым к недопустимому падению разрешения точек на периферии модели. Исправить этот недостаток возможно благодаря включению в правило отбраковки точек более строгих условий, определяющих потенциальную ценность каждой точки в рассматриваемом облаке [13]. Однако из-за слабо прогнозируемого результата разрежения для моделей разной топологии и сложности необходимых в его реализации вычислений подобные методы до сих пор не вошли в широкую практику, несмотря на свое очевидное превосходство [14]. Наиболее часто используемым алгоритмом разрежения облака точек является его разрежение, исходя из минимально допустимого расстояния между смежными точками, что позволяет при относительной простоте реализации добиться равномерной плотности точек в результирующем подоблаке.

Однако любое исключение точек из исходных данных снижает качество аппроксимации TIN-поверхности исходного облака [15], «срезая» все неровности рельефа в пределах образуемых поверхностью граней. В этом случае избирательность используемого алгоритма разрежения может лишь снизить погрешность модели, возникающую вследствие потери данных.

В целях инженерных изысканий необходимо получение моделей заданной точности,

в связи с чем возникает потребность в количественной оценке точности результирующей модели. На практике оценка точности модели, как правило, проводится на основе вычисленных отклонений контрольных точек, независимо определенных на местности [16]. Преимуществом такого подхода является то, что полученные отклонения будут включать в себя не только погрешности формируемой поверхности, но и внешнего ее ориентирования [17].

Более комплексную оценку качества модели можно выполнить, оценив ее отклонения от эталонной модели [18], однако в производственной практике этот подход затруднен тем, что стандартное программное обеспечение, используемое для обработки данных фотограмметрических и лазерно-сканирующих съемок, не включает в себя универсальные инструменты оценки точности, оставляя это заключение субъективному мнению пользователя программы [19].

Важность оценки точности моделей рельефа при решении прикладных задач раскрыта в научных работах [20, 21], посвященных сравнению различных алгоритмов интерполяции данных с использованием специализированного программного обеспечения, позволяющего сформировать необходимые для последующего расчета исходные данные. Не подвергая сомнению полученные в приведенных работах результаты, авторы берут на себя смелость указать на существенный, по их мнению, недостаток, заключающийся в выводе о точности всей модели в целом по ее результирующей СКП. В такой постановке задачи определяемая окончательной метрикой качества интерполяции модели СКП становится зависима от локальных и обычно многочисленных участков модели, содержащих точки выбросов, экстремально отклоняющиеся от формируемой поверхности. При этом рассчитываемая метрика получается смещенной как от модальной СКП поверхности, так и от максимальной.

Более полное описание погрешности поверхности возможно за счет описания отклонений эталонной модели от каждого полигона поверхности, что позволит дифференцированно оценить ее точность, а также устано-

вить характерные распределения погрешностей в ней как в целом, так и локально [22].

Приведенные утверждения определили мотивацию авторов к разработке программного продукта, позволяющего оперативно количественно оценить погрешность, возникающую в цифровой модели рельефа после разрежения исходных облаков, представляя рассчитанные результаты в формате, удобном для визуального анализа, востребованного как при решении инженерных задач, так и в текстовом формате, необходимом для дальнейших специфических расчетов, выполняемых исследователями данного вопроса.

Авторы выражают готовность предоставить максимально возможную поддержку заинтересованному этой темой читателю, предоставив для развития данного направления свои наработки и описав ниже алгоритм разработанной ими программы, отдельные элементы которого могут быть применены в решении прочих задач.

Описание алгоритма

Определим в качестве исходных данных два неравных множества точек «А» (исходное облако точек) и «В» (анализируемое облако точек), содержащих в себе для каждой точки информацию о ее координатах (x, y, z) . В качестве дополнительного условия обозначим также, что все точки множества «В» присутствуют во множестве «А», что автоматически

выполняется, если облако точек «В» формируется при разрежении облака точек «А». С учетом поставленного условия плотность исходного облака точек будет выше плотности анализируемого. Это позволяет на основании отклонений точек множества «А» от TIN-поверхности, построенной по анализируемому разреженному облаку «В», рассчитать приобретенную вследствие разрежения исходного облака СКП модели рельефа по формуле

$$M = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_A} (z_i - Z(x_i, y_i))^2}{n_A - n_B}}, \quad (1)$$

где x_i, y_i, z_i – координаты i -й точки множества «А»; $Z(x_i, y_i)$ – высотная отметка TIN-поверхности, построенной на основе множества «В» в точке с плановыми координатами (x_i, y_i) ; n_A, n_B – количество точек, содержащихся в множествах «А» и «В» соответственно.

Отметка TIN-поверхности Z в точке с координатами (x, y) может быть определена из канонического уравнения плоскости, проходящей через вершины полигона – $M_1(x_1, y_1), M_2(x_2, y_2), M_3(x_3, y_3)$, –

$$Z(x, y) = (ax + by + d)/c, \quad (2)$$

в котором коэффициенты a, b, c, d вычисляются по формулам:

$$a = -((y_2 - y_1)(z_3 - z_1) - (z_2 - z_1)(y_3 - y_1));$$

$$b = (x_2 - x_1)(z_3 - z_1) - (z_2 - z_1)(x_3 - x_1);$$

$$c = (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1);$$

$$d = -(x_1a + y_1b - z_1c).$$

Из формулы (2) видно, что расчет отметки точки, принадлежащей плоскости, сам по себе не представляет вычислительных трудностей, но имеет смысл только в случае, если точка, для которой вычисляется отметка, находится внутри треугольника, образуемого точками, определяющими положение плоскости. Это приводит к необходимости определения принадлежности конкретной точки ка-

кому-либо из треугольников построенной поверхности.

Алгоритмы определения принадлежности точки треугольнику, или многоугольнику в более общем случае, широко используются в решении задач трехмерного моделирования и компьютерной графики. Одним из наиболее распространенных алгоритмов является метод трассировки лучей, который основан на

проверке четности количества пересечений луча, проведенного из рассматриваемой точки, с гранями фигуры, для которой выполняется проверка принадлежности точки [23]. Нечетное количество пересечений является признаком того, что точка принадлежит фигуре, в то время как четное количество пересечений или их отсутствие является следствием нахождения точки за ее пределами. Одним из недостатков описанного способа является необходимость разрешения коллизий, наступающих при совпадении рассматриваемой точки с вершиной многоугольника или принадлежности точки его грани [24]. С учетом того, что в заданных условиях множество «*B*» является подмножеством «*A*», такие случаи будут возникать систематически. Одним из возможных решений указанной проблемы является дублирующая проверка с лучом, проведенным из точки

в другом направлении, однако такой подходкратно увеличит объем необходимых вычислений, не исключая полностью вероятность ложного решения [25].

Альтернативным признаком попадания точки *T* внутрь треугольника $M_1M_2M_3$ может служить равенство

$$S_{M_1M_2M_3} = S_{M_1M_2T} + S_{M_1TM_3} + S_{TM_2M_3}, \quad (3)$$

где S_{ijk} – площади треугольников, образованных точками *i, j, k* соответственно.

Вычисление площадей, участвующих в выражении (3), может быть выполнено по формуле Герона, однако неизбежная погрешность вычислений при работе с числами с плавающей точкой может не давать строгого равенства (3), поэтому его целесообразно заменить проверкой неравенства

$$S_{M_1M_2M_3} - (S_{M_1M_2T} + S_{M_1TM_3} + S_{TM_2M_3}) < \delta, \quad (4)$$

где δ – погрешность вычислений с плавающей точкой, обычно не превышающая $1 \cdot 10^{-6}$ м.

Хотя проверка условий (3) или (4) для пары «точка – треугольник» не представляет каких-либо трудностей, нахождение конкретных соответствий для всех точек множества «*A*» всем треугольникам TIN-поверхности, построенной по множеству «*B*» простым перебором, приведет к вычислительной сложности алгоритма $O \cdot (n^2)$, что, учитывая потенциальные размеры множеств, является неприемлемым.

Ускорить алгоритм поиска соответствующего точке треугольника можно, локализовав вокруг точки участок поверхности и выполнив поиск в треугольниках внутри него. Для реализации такого решения необходимо выполнить предварительную структуризацию TIN-поверхности через иерархические деревья, поисковые таблицы или воксельные модели [26, 27]. Предполагая условно равномерное распределение точек внутри множества «*B*», наиболее целесообразным решением представляется использование одноуровневой воксельной модели, элементы которой будут хранить ссылки на треугольники, попадающие в область, ограниченную вокселем – элементарной объемной ячейкой модели.

Границы вспомогательной воксельной модели должны обеспечивать попадание в нее всех точек множества «*A*», так как конкретный элемент модели будет далее выбираться последовательным перебором. При этом эффективность дальнейшего поиска будет напрямую зависеть от размера ячейки формируемой модели. Так, при большом значении размера вокселя в него попадет большая область поверхности, увеличив тем самым количество необходимых операций для нахождения соответствующего точке треугольника. В свою очередь уменьшение размера вокселя, несмотря на ускорение в перспективе процесса поиска полигона в ячейке, увеличит время расчета самой воксельной модели и занимаемый ею объем оперативной памяти.

Несмотря на то что объем памяти, занимаемый воксельной моделью, в разы меньше объема, необходимого для хранения TIN-поверхности [28], для оптимизации полного времени расчета рационально достижение паритета в количестве выполняемых вычислений между предварительными и поисковыми операциями, что определяется задаваемым размером вокселя. В процессе тестирования и отладки алгоритма эвристическим путем было установлено,

что требуемый баланс в расчетах достигается в случае, когда отдельный воксель не содержит больше 10–20 полигонов.

Хотя количество полигонов, попадающих в конкретную ячейку модели, является слу-

$$cell_size = (\max(A_X) - \min(A_X))(\max(A_Y) - \min(A_Y)) / n_B, \quad (5)$$

где $\min(A_X)$, $\max(A_X)$, $\min(A_Y)$, $\max(A_Y)$ – минимальные и максимальные значения координат точек X и Y в множестве « A ».

Область построения воксельной модели определяется одновременным выполнением двух условий: уже указанное выше условие попадания в нее всех точек исходного множе-

чайным, при допущении о равномерном распределении точек в множестве « B » приблизительный размер вокселя $cell_size$ можно связать с априорно известными метриками множеств выражением

ства и кратность размеру вокселя координат сетки, определяющей границы. Вычисление требуемых границ может быть сделано по следующим формулам:

$$\begin{aligned} X_{\min} &= \lfloor \min(A_X) / cell_size \rfloor \cdot cell_size - cell_size; \\ X_{\max} &= (\lfloor \min(A_X) / cell_size \rfloor + 1) \cdot cell_size + cell_size; \\ Y_{\min} &= \lfloor \min(A_Y) / cell_size \rfloor \cdot cell_size - cell_size; \\ Y_{\max} &= (\lfloor \min(A_Y) / cell_size \rfloor + 1) \cdot cell_size + cell_size, \end{aligned} \quad (6)$$

где X_{\min} , X_{\max} , Y_{\min} , Y_{\max} – определяемые границы воксельной модели.

Каждая ячейка модели выступает в роли «контейнера», содержащего ссылки на полигоны поверхности, попадающие в ее пределы. Так как полигон поверхности может одновременно попадать в несколько смежных ячеек,

соответствие между ними следует определять на основании точек пересечения граней полигона с границами ячеек воксельной модели. На рис. 2 такие точки показаны красными крестами.

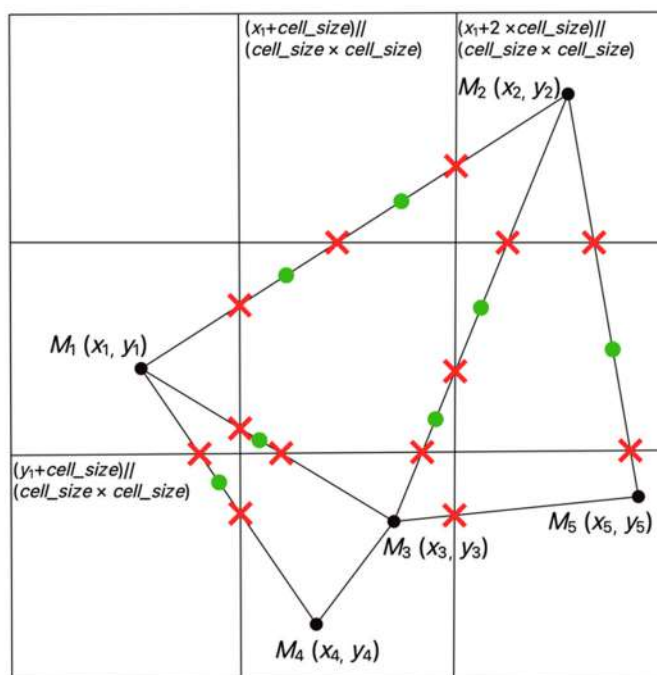


Рис. 2. Схема к расчету попадания полигонов в элементы воксельной модели

Возможный алгоритм определения точек пересечения грани M_1M_2 с сеткой воксельной

модели представлен в виде блок-схемы на рис. 3.

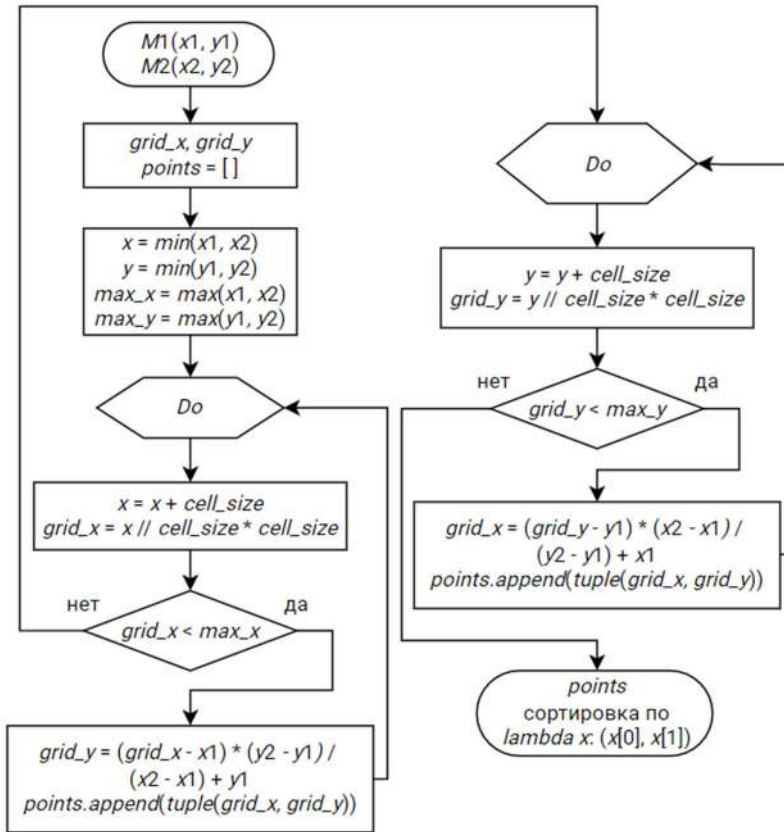


Рис. 3. Алгоритм определения точек пересечения грани полигона с сеткой воксельной модели

После определения точек пересечения грани с сеткой воксельной модели может возникнуть три случая.

1. Точек пересечения нет – вершины треугольника находятся в одной ячейке (вокселе).
2. Одна точка пересечения – вершины находятся в смежных вокселях.
3. Точек пересечения больше одной – вершины лежат в вокселях, не имеющих общих граней.

С учетом описанных случаев характерными точками, определяющими присутствие

полигона в конкретных ячейках, будут вершины полигона. Для третьего случая определения точек пересечения характерными будут являться точки, полученные последовательным попарным усреднением упорядоченных координат пересечения грани с сеткой модели (обозначены зелеными кругами на рис. 2).

Для воксельной модели, упорядоченной относительно точек X_{\min} , Y_{\min} , определенных по формулам (6), индексы i, j ячейки, соответствующей в модели точке с координатами x, y , могут быть определены как

$$\begin{aligned}
 i &= \lfloor \lfloor x - X_{\min} \rfloor / cell_size \rfloor \\
 j &= \lfloor \lfloor y - Y_{\min} \rfloor / cell_size \rfloor
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

После определения по формулам (7) вокселей, соответствующих всем характерным точкам полигона, может возникнуть случай, когда одна и та же ячейка будет указана для одного полигона несколько раз. Устранить возможность повторного добавления полигона в один и тот

же воксель можно множеством способов, но авторам представляется наиболее целесообразным простое добавление полигонов в коллекцию, не допускающую дублирующих значений. Необходимую для этого хэшируемость элементов легко обеспечить, присвоив каждому полигону

уникальный идентификатор, определяемый на этапе расчета TIN-поверхности.

Обобщив изложенное, общий алгоритм оценки СКП облака точек «B» после разрежения облака точек «A» можно представить следующим порядком действий.

1. Импорт и предварительная обработка анализируемых множеств точек «A» и «B», включающая индексацию данных и определение базовых метрик облаков точек (количество точек, границы, занимаемые облаками точек).

2. Вычисление значения размера ячейки воксельной модели *cell_size* по формуле (5) и ее создание по множеству точек «A».

3. Построение TIN-поверхности по множеству «B».

4. Последовательный перебор всех полигонов TIN-поверхности:

а) с определением принадлежности полигона к ячейкам воксельной модели;

б) добавлением полигона в соответствующие воксели;

в) созданием в каждом полигоне дополнительных атрибутов:

– *polygon_sum_of_vv* – накопленной суммы квадратов отклонений точек множества «A» от полигона;

7. Вычисление общей СКП поверхности по формуле (1).

8. Анализ полученных значений.

В заключение описания алгоритма следует указать на некоторые особенности его формальной реализации. Так, допуская потенциально большой размер множеств «A» и «B» для сокращения объема необходимых программе ресурсов, авторам представляется целесообразным выполнять перебор более объемного исходного множества без его полной загрузки в оперативную память. К примеру, доступ к элементам множества «A» может быть реализован через базу данных SQLite, позволяющую совместить сохраняемую информацию о множестве точек и воксельной модели с возможностью быстрых запросов к ней.

К важному наблюдению, позволяющему ускорить анализ, относится также то, что зна-

– *sum_of_r* – количества точек множества «A», попадающих в полигон;

– *polygon_rmse* – вычисленной СКП полигона.

5. Последовательный перебор всех точек множества «A» с вычислением для каждой точки $T(x, y, z)$:

а) положения в модели соответствующего точке вокселя по формулам (7);

б) полигона, в который попадает точка с помощью последовательного перебора полигонов в вокселе с проверкой попадания до достижения условия (4);

в) отметки TIN-поверхности $Z(x, y)$ по формуле (2);

г) квадрата отклонения $(z - Z(x, y))^2$ с прибавлением полученного значения к ранее накопленному значению *polygon_sum_of_vv* полигона;

д) проверки равенства точки T вершинам полигона; в случае их неравенства увеличение счетчика *sum_of_r* на 1.

6. Перебор всех полигонов с вычислением:

а) общей суммы всех *polygon_sum_of_vv*;

б) вычисление СКП каждого полигона по формуле

$$polygon_rmse = \sqrt{\frac{polygon_sum_of_vv}{sum_of_r}}. \quad (8)$$

чения отклонений $z - Z(x, y)$ (вычисляемые на 5-м этапе алгоритма) определяются точками, не участвующими непосредственно в построении TIN-поверхности, отчего СКП отдельного полигона может быть вычислена по формуле Гаусса (8). Известно, что в таком случае вычисление оценки СКП может быть надежно определено по относительно небольшому количеству степеней свобод, что позволяет выполнять расчет не относительно исходного множества «A», а от его разреженного подмножества, кратно уменьшая при этом объем необходимых вычислений.

Результаты и обсуждение

Хотя глубокий анализ зависимости точности TIN-поверхности от ее разрежения выходит за рамки сформулированной темы работы

и достоин отдельных исследований, авторы считают себя обязанными проиллюстрировать сухое описание выполняемой программы конкретным примером.

Рассмотрим зависимость СКП TIN-поверхности от задаваемого при разрежении минимально допустимого расстояния между точками облака (рис. 4).

Графики, изображенные на рис. 4, позволяют сделать вывод о линейном характере рассматриваемых величин, в пользу чего говорит высокое значение вычисленных коэффициентов корреляции и детерминации (превышающие 0,99). Линейный характер зависи-

мости согласуется с результатами, полученными в работе [18], что в свою очередь позволяет сделать вывод о том, что полученные закономерности не являются частным случаем рассмотренной модели.

Значительные различия между СКП и медианной погрешностью модели, сохраняющиеся на всем рассмотренном диапазоне значений, говорят об асимметричном характере распределения СКП отдельных полигонов в модели. На рис. 5 изображено эмпирическое распределение СКП полигонов модели, построенных для облака, разреженного через 0,5 м.

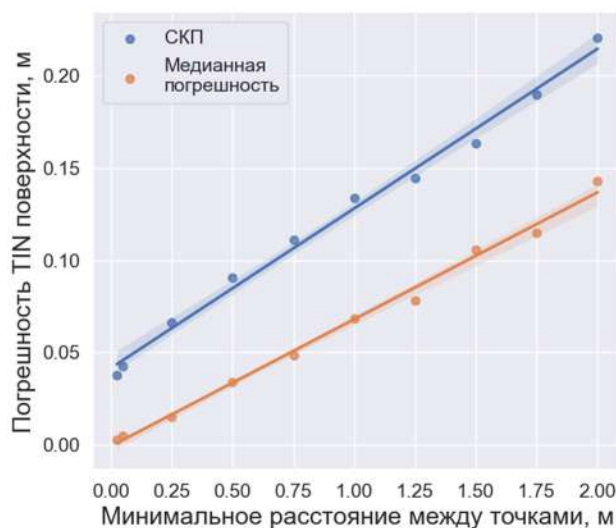


Рис. 4. Зависимость погрешности TIN-поверхности от степени разрежения исходного облака

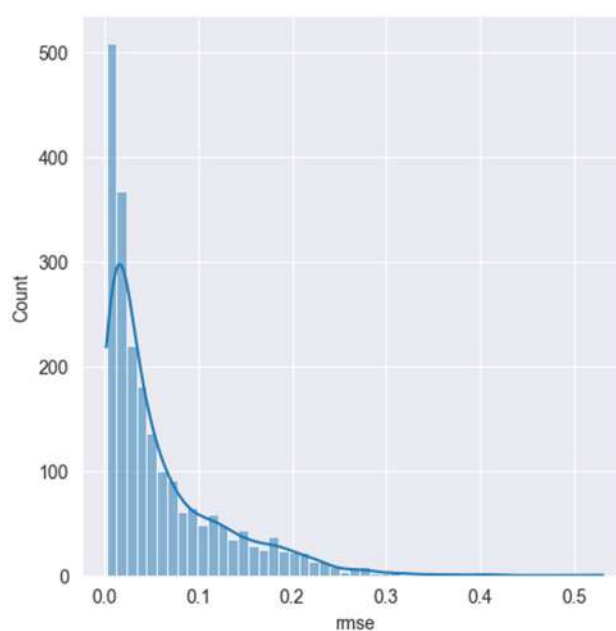


Рис. 5. Гистограмма распределения СКП полигонов внутри TIN-поверхности

Подобный характер распределения сохраняется для всех рассмотренных моделей. Объяснить такой вид распределения можно тем, что различные области модели по-разному реагируют на потерю плотности облака. Так, области с простым, линейно изменяющимся рельефом могут быть успешно аппроксимированы

полигонами большой площади, в то время как участки, включающие посторонние объекты (растительность, технику и т. п.) или структурные линии рельефа более чувствительны к разрежению модели. Распределение погрешности отдельных полигонов модели с шагом разрежения 0,5 м представлено на рис. 6.

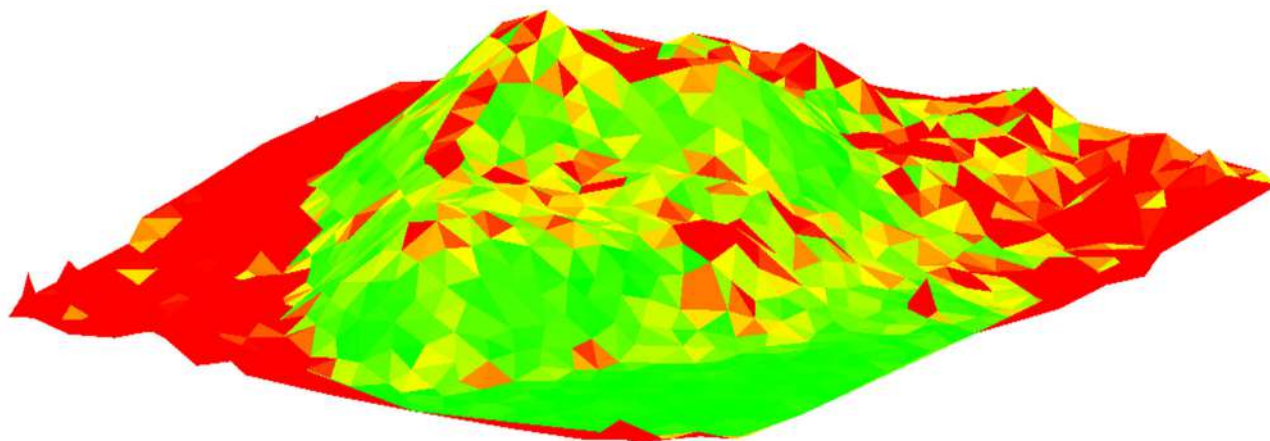


Рис. 6. Распределение СКП полигонов в TIN-поверхности в пределах от 0 (зеленый цвет) до 0,07 м (красный цвет)

В заключение следует отметить, что в перспективе рассчитанные СКП полигонов могут являться дополнительным источником информации, на основании которого можно повысить качество работы с TIN-поверхностями и облаками точек в целом. Так, значения СКП полигонов в поверхности могут служить основой для критерия фильтрации точек-выбросов в более плотном облаке.

Локализация полигонов с СКП, превышающей допустимые значения, может являться основанием для отбраковки такого полигона с после-

дующим сгущением облака на данном участке модели, что позволит повысить качество аппроксимации рельефа. Линейный характер зависимости СКП TIN-поверхности в целом допускает в дальнейшем формулирование общих рекомендаций к разрежению облаков точек, позволяющих привести работу с ними к единому стандарту.

На основе описанного в статье алгоритма авторами была составлена программа для ЭВМ, позволяющая оценить точность СКП TIN-поверхности, полученной на основе разреженного облака точек [29].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алтынцев М. А., Карпик П. А. Методика создания цифровых трехмерных моделей объектов инфраструктуры нефтегазодобывающих комплексов с применением наземного лазерного сканирования // Вестник СГУГиТ. – 2020. – Т. 25, № 2. – С. 121–139. – DOI 10.33764/2411-1759-2020-25-2-121-139.
2. Вальков В. А., Мустафин М. Г., Макаров Г. В. Применение наземного лазерного сканирования для создания трехмерных цифровых моделей Шуховской башни // Записки Горного института. – 2013. – Т. 204. – С. 58–61.
3. Вальков В. А., Виноградов К. П., Валькова Е. О., Мустафин М. Г. Создание растров высокой информативности по данным лазерного сканирования и аэрофотосъемки // Геодезия и картография. – 2022. – № 11. – С. 40–49. – DOI 10.22389/0016-7126-2022-989-11-40-49.

4. Кравцова В. И., Другов М. Д. Типы динамики донного рельефа Анапской пересыпи: исследование по материалам воздушного лазерного сканирования // Геодезия и картография. – 2019. – № 2. – С. 32–45. – DOI 10.22389/0016-7126-2019-944-2-32-45.
5. Tarsha-Kurdi F., Reed P., Gharineiat Z., Awrangjeb M. Efficiency of Terrestrial Laser Scanning in Survey Works: Assessment, Modelling, and Monitoring // International Journal of Environmental Sciences & Natural Resources. – 2023. – Т. 32(2). – DOI 10.19080/IJESNR.2023.32.556334.
6. Кулеш В. В., Худяков Г. И. Применение высокоточных методов лазерного сканирования при создании детализированных цифровых копий объектов // Записки Горного института. – 2013. – Т. 204. – С. 37–39.
7. Бузмаков С. А., Санников П. Ю., Кучин Л. С., Игошева Е. А., Абдулманова И. Ф. Применение беспилотной аэрофотосъемки для диагностики техногенной трансформации природной среды при эксплуатации нефтяного месторождения // Записки Горного института. – 2023. – Т. 260. – С. 180–193. – DOI 10.31897/PMI.2023.22.
8. Кочнева А. А. Методика построения цифровых моделей рельефа по данным воздушного лазерного сканирования // Вестник СГУГиТ. – 2017. – Т. 22, № 2. – С. 44–54.
9. Zhao J., Wang X., Wang D., Liu G. A precise TIN clipping algorithm for the digital mining design of the opencast coal mine // PloS one. – 2023. – Т. 18 (2). – DOI 10.1371/journal.pone.0281864.
10. Bhargava N., Bhargava R., Tanwar P.S. Triangulated Irregular Network Model from Mass Points // International Journal of Advanced Computer Research. – 2013. – Vol. 3, No. 2. – P. 172–176.
11. Скворцов А. В. Алгоритмы построения триангуляции с ограничениями // Вычислительные методы и программирование. – 2002. – Т. 3, № 1. – С. 82–92.
12. Song Y., Fellegara R., Iuricich F., De Floriani L. Efficient topology-aware simplification of large triangulated terrains // Proceedings of the 29th International Conference on Advances in Geographic Information Systems SIGSPATIAL '21: 29th International Conference on Advances in Geographic Information Systems. – Beijing China: ACM, 2021. – P. 576–587. – DOI 10.1145/3474717.3484261.
13. Schrum P., Jameson C., Tateosian L., Blank G., Wegmann K., Nelson S. Curvature Weighted Decimation: A Novel, Curvature-Based Approach to Improved Lidar Point Decimation of Terrain Surfaces // Geomatics. – 2023. – Vol. 3. – Curvature Weighted Decimation. – P. 266–289. – DOI 10.3390/geomatics3010015.
14. Decker N., Huang Q. Geometric Accuracy Prediction for Additive Manufacturing Through Machine Learning of Triangular Mesh Data // Proceedings of the ASME 2019 14th International Manufacturing Science and Engineering Conference. Volume 1: Additive Manufacturing; Manufacturing Equipment and Systems; Bio and Sustainable Manufacturing. Erie, Pennsylvania, USA. June 10–14. – 2019. – Vol. 1. – DOI 10.1115/MSEC2019-3050.
15. Юнусов А. Г., Джидид А. Д., Бегляров Н. С., Елшеви М. А. Оценка влияния изменения плотности облака точек на точность автоматической сегментации // Геодезия и картография. – 2020. – № 7. – С. 47–55. – DOI 10.22389/0016-7126-2020-961-7-47-55.
16. Habib Maan, Alzubi Yazan, Malkawi Ahmad, Awwad Mohammad. Impact of interpolation techniques on the accuracy of large-scale digital elevation model // Open Geosciences. – 2020. – Vol. 12, No. 1. – P. 190–202. – DOI 10.1515/geo-2020-0012.
17. Barba S., Barbarella M., Di Benedetto A., Fiani M., Gujski L., Limongiello M. Accuracy Assessment of 3D Photogrammetric Models from an Unmanned Aerial Vehicle // Drones. – 2019. – Т. 3. – С. 79. – DOI 10.3390/drones3040079.
18. Илюшин П. Ю., Краев М. С., Малинина Н. С. Исследование точности построения цифровой модели рельефа в зависимости от плотности наземного лазерного сканирования // Геодезия и картография. – 2023. – № 1. – С. 15–19. – DOI 10.22389/0016-7126-2023-991-1-15-19.
19. Новаковский Б. А., Кудрявцев А. В., Энтин А. Л. Программное обеспечение для геоинформационной обработки данных воздушного лазерного сканирования // Геоинформатика. – 2020. – № 4. – С. 2–11. – DOI 10.47148/1609-364X-2020-4-2-11.
20. Мустафин М. Г., Павлов Н. С., Вальков В. А., Васильев Б. Ю. Диагностирование и определение аномальных зон магистральных трубопроводов на подводных переходах с использованием цифровой модели рельефа // Вестник СГУГиТ. – 2023. – Т. 28, № 1. – С. 33–44. – DOI 10.33764/2411-1759-2023-28-1-33-44.

21. Мустафин М. Г., Васильев Б. Ю., Кологривко А. А. Анализ точности построения цифровых моделей рельефа на основе данных периодического воздушного лазерного сканирования горнопромышленного объекта // Горный журнал. – 2023. – № 2. – С. 56–62. – DOI 10.17580/gzh.2023.02.09.
22. Вальков В. А., Валькова Е. О., Мустафин М. Г. Методика уточнения цифровых моделей рельефа открытых горных выработок по материалам лазерного сканирования и аэрофото съемки // Маркшейдерия и недропользование. – 2023. – № 3 (125). – С. 40–52.
23. Тюкачев Н. А. Определение принадлежности точки многоугольнику общего вида методом трассировки луча // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2009. – Т. 5, № 4. – С. 94–98.
24. Тюкачев Н. А. Алгоритм определения принадлежности точки многоугольнику общего вида или многограннику с треугольными гранями // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2009. – Т. 15, № 3. – С. 638–652.
25. Шалиткин А. В. Оптимальный выбор луча в задаче определения принадлежности точки многограннику // Перспективы науки. – 2010. – № 7 (9). – С. 64–66.
26. Guan B., Lin S., Wang R., Zhou F., Luo X., Zheng Y. Voxel-based quadrilateral mesh generation from point cloud // Multimedia Tools and Applications. – 2020. – Vol. 79, No. 29-30. – P. 20561-20578. – DOI 10.1007/s11042-020-08923-5.
27. Мирза Н. С., Скворцов А. В. Алгоритмы и структуры данных для построения модели поверхности по данным лазерного сканирования // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2016) : Материалы XV Международной конференции им. А. Ф. Терпугова (12–16 сентября 2016 г.). Ч. 2. – Томск : Изд-во Томского ун-та, 2016. – С. 102–107.
28. Костюк Ю. Л. Графический поиск с использованием триангуляции и клеточного разбиения // Вестник Томского государственного университета. – 2002. – № 275. – С. 147–152.
29. Свидетельство 2023682675. Программа для оценки точности цифровой модели рельефа: программа для ЭВМ / Выстрчил М. Г., Балтыжакова Т. И., Романчиков А. Ю. – Правообладатель ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский горный университет». – № 2023682034. – Заявл. 25.10.2023. – Оpubл. 30.10.2023. – Бюл. № 11.

Об авторах

Михаил Георгиевич Выстрчил – кандидат технических наук, доцент кафедры маркшейдерского дела.

Татьяна Игоревна Балтыжакова – кандидат технических наук, доцент кафедры землеустройства и кадастра.

Анастасия Викторовна Савина – студент кафедры маркшейдерского дела.

Получено 15.11.2023

© М. Г. Выстрчил, Т. И. Балтыжакова, А. В. Савина, 2024

Algorithm for assessing the accuracy of polygonal TIN surfaces, obtained from sparse point clouds

*M. G. Vystrchil*¹, *T. I. Baltyzhakova*¹, *A. V. Savina*¹

¹ Empress Catherine II Saint Petersburg Mining university, Saint Petersburg,
Russian Federation

e-mail: Vystrchil_MG@pers.spmi.ru

Abstract. The article describes an algorithm for a program for assessing the accuracy of digital elevation models obtained from photogrammetric and laser scanning survey data. The approach de-

scribed in the work, which forms the basis of the program developed by the authors, allows us to determine the root-mean-square errors (RMS) of the approximation by the surface of an irregular triangulation network (TIN) of the original point cloud both in the area of a separate polygon and the entire analyzed relief model, presenting the results in a manner convenient for subsequent visual and statistical analysis formats. The calculated parameters are determined on the basis of statistical processing of deviations of the elements elevations of the original point cloud relative to the TIN surface under consideration, thereby making it possible to quantify the SCP acquired by the polygonal model after reducing the original data. The proposed algorithm can be used both in the field of scientific research devoted to issues of rarefaction and optimization of remote sensing data, and in solving practical problems, allowing to minimize the amount of stored and processed information in the calculations performed.

Keywords: accuracy analysis, laser scanning, surveying support, point clouds, digital photogrammetry, TIN

REFERENCE

1. Altyntsev, M. A., & Karpik, P. A. (2020) Methodology of creating digital three-dimensional models of the infrastructure objects of oil and gas producing complexes with the application of terrestrial laser scanning. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 2(25), 121–139. DOI 10.33764/2411-1759-2020-25-2-121-139 [in Russian].
2. Valkov, V. A., Mustafin, M. G., Makarov, G. V. (2013) Application of terrestrial laser scanning to create three-dimensional digital models of the Shukhov Tower. *Journal of Mining Institute*, Vol. 204, 58–61 [in Russian].
3. Valkov, V. A., Vinogradov, K. P., Valkova, E. O., Mustafin, M. G. (2022) Creating highly informative rasters based on laser scanning and aerial photography data. *Geodesy and cartography = Geodezia i Kartografiya*, 83(11), 40–49. DOI: 10.22389/0016-7126-2022-989-11-40-49 [in Russian].
4. Kravtsova, V. I., Drugov, M. D. (2019) Types of dune terrain dynamics of Anapa bay bar: research based on airborne LIDAR data. *Geodesy and cartography = Geodezia i Kartografiya*, 80(2), 32–45. DOI: 10.22389/0016-7126-2019-944-2-32-45 [in Russian].
5. Tarsha-Kurdi, F., Reed, P., Gharineiat, Z., Awrangjeb, M. (2023) Efficiency of Terrestrial Laser Scanning in Survey Works: Assessment, Modelling, and Monitoring. *International Journal of Environmental Sciences & Natural Resources*, Vol. 32(2): 556334. DOI 10.19080/IJESNR.2023.32.556334.
6. Kulesh, V. V., Khudyakov, G. I. (2013) Application of high-precision laser scanning methods for creating detailed digital copies of objects. *Journal of Mining Institute*, Vol. 204, 37–39 [in Russian].
7. Buzmakov, S. A., Sannikov, P. Y., Kuchin, L. S., Igoscheva, E. A., Abdulmanova, I. F. (2023) The use of unmanned aerial photography for interpreting the technogenic transformation of the natural environment during the oilfield operation. *Journal of Mining Institute*, Vol. 260, 180–193. DOI 10.31897/PMI.2023.22.
8. Kochneva, A. A. (2017) Methodology of building digital elevation models based on airborne laser scanning data. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 2 (22), 44–54 [in Russian].
9. Zhao, J., Wang, X., Wang, D., Liu, G. (2023). A precise TIN clipping algorithm for the digital mining design of the opencast coal mine. *PloS one*, Vol. 18 (2). DOI 10.1371/journal.pone.0281864.
10. Bhargava, N., Bhargava, R., Tanwar, P. S. (2013) Triangulated Irregular Network Model from Mass Points. *International Journal of Advanced Computer Research*, Vol. 3, No. 2, 172–176.
11. Skvortsov, A. V. (2002) Algorithms of triangulation construction with restrictions. *Computing methods and programming*, Vol. 3, № 1, 82–92 [in Russian].
12. Song, Y., Fellegara, R., Iuricich, F., De Florian, L. (2021) Efficient topology-aware simplification of large triangulated terrains [Proceedings of the 29th International Conference on Advances in Geo-

graphic Information Systems SIGSPATIAL '21: 29th International Conference on Advances in Geographic Information Systems] (pp. 576-587). Beijing China: ACM. DOI 10.1145/3474717.3484261.

13. Schrum, P., Jameson, C., Tateosian, L., Blank, G., Wegmann, K., Nelson, S. (2023) Curvature Weighted Decimation: A Novel, Curvature-Based Approach to Improved Lidar Point Decimation of Terrain Surfaces. *Geomatics*, Vol. 3, 266–289. DOI 10.3390/geomatics3010015.

14. Decker, N., Huang, Q. (2019) Geometric Accuracy Prediction for Additive Manufacturing Through Machine Learning of Triangular Mesh Data [*Proceedings of the ASME 2019 14th International Manufacturing Science and Engineering Conference. Volume 1: Additive Manufacturing; Manufacturing Equipment and Systems; Bio and Sustainable Manufacturing*]. Erie, Pennsylvania, USA. DOI 10.1115/MSEC2019-3050.

15. Yunusov, A. G., Jdeed, A. J., Begliarov, N. S., Elshewy, M. A. (2020) Assessment of automatic segmentation accuracy with various point cloud density. *Geodesy and cartography = Geodezia i Kartografiya*, 81(7), 47-55. DOI 10.22389/0016-7126-2020-961-7-47-55 [in Russian].

16. Habib Maan, Alzubi Yazan, Malkawi Ahmad, Awwad Mohammad. (2020) Impact of interpolation techniques on the accuracy of large-scale digital elevation model. *Open Geosciences*, Vol. 12, No. 1, 190–202. DOI 10.1515/geo-2020-0012.

17. Barba, S., Barbarella, M., Di Benedetto, A., Fiani, M., Gujski, L., Limongiello, M. (2019) Accuracy Assessment of 3D Photogrammetric Models from an Unmanned Aerial Vehicle. *Drones*, Vol. 3. DOI 10.3390/drones3040079.

18. Ilyushin, P. Yu., Kraev, M. S., Malinina, N. S. (2023) Investigation of the digital elevation model creating accuracy depending on the terrestrial laser scanning density. *Geodesy and cartography = Geodezia i Kartografiya*, 84(1), 15-19. DOI: 10.22389/0016-7126-2023-991-1-15-19 [in Russian].

19. Novakovskiy, B. A., Kudryavtsev, A. V., Entin, A. L. (2020) Software for geoinformation processing of airborne laser scanning data. *Geoinformatics*, № 4, 2–11. DOI 10.47148/1609-364X-2020-4-2-2-11 [in Russian].

20. Mustafin, M. G., Pavlov, N. S., Valkov, V. A., & Vasiliev, B. Yu. (2023). Diagnostics and determination of the anomalous zones of the main pipelines at the underwater crossings using a digital terrain model. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 1(28), 33-44. DOI 10.33764/2411-1759-2023-28-1-33-44 [in Russian].

21. Mustafin, M. G., Vasiliev, B. Yu., Kologrivko, A. A. (2023). Accuracy analysis of the digital elevation models construction on the basis of the periodic airborne laser scanning data of the mining object. *Mining Journal*, № 2, 56-62. DOI 10.17580/gzh.2023.02.09 [in Russian].

22. Valkov, V. A., Valkova, E. O., Mustafin, M. G. (2023) Methodology of refining digital models of the relief of open-cut mine workings based on the materials of laser scanning and aerial photography. *Mine surveying and subsurface use*, № 3 (125), 40-52 [in Russian].

23. Tyukachev, N. A. (2009) Determination of a point belonging to a polygon of a general form by the ray tracing method. *Vestnik of Voronezh State Technical University*, Vol. 5, № 4, 94-98 [in Russian].

24. Tyukachev, N. A. (2009) Algorithm for determining the belonging of a point to a polygon of general form or to a polyhedron with triangular faces. *Vestnik of Tambov State Technical University*, Vol. 15, № 3, 638-652 [in Russian].

25. Shalitkin, A. V. (2010). Optimal choice of a ray in the problem of point belonging to a polyhedron. *Prospects of Science*, № 7 (9), 64-66 [in Russian].

26. Guan B., Lin S., Wang R., Zhou F., Luo X., Zheng Y. (2020) Voxel-based quadrilateral mesh generation from point cloud. *Multimedia Tools and Applications*, Vol. 79, No. 29-30, 20561-20578. DOI 10.1007/s11042-020-08923-5.

27. Mirza, N. S., Skvortsov, A. V. (2016) Algorithms and data structures for building a surface model from laser scanning data [*Information Technologies and Mathematical Modeling (ITMM-2016): Proceedings of the XV International Conference named after A. F. Terpigov. Ch. 2*] (pp. 102-107). Tomsk: Izd.-v. Tomsk State University [in Russian].

28. Kostyuk, Yu. L. (2002). Graphical search using triangulation and cell partitioning. *Vestnik of Tomsk State University*, No 275, 147-152 [in Russian].

29. Vystrchil, M. G., Baltyzhakova, T. I., Romanchikov, A. Y. *Certificate RF No. 2023682675*. Saint-Petersburg: IP FGBOU VO "Saint-Petersburg Mining University".

Author details

Mikhail G. Vystrchil – Ph. D., Associate Professor, Department of Mining Engineering.

Tatiana I. Baltyzhakova – Ph. D., Associate Professor, Department of Land management and Cadastre.

Anastasia V. Savina – Student, Department of Mining Engineering.

Received 15.11.2023

© *M. G. Vystrchil, T. I. Baltyzhakova, A. V. Savina, 2024*