

УДК 528:629.783+528.38 (569.3)
DOI 10.33764/2411-1759-2023-28-3-23-32

Использование методики спутникового нивелирования при создании высотной сети на территории Ливана

М. Г. Мустафин^{1*}, Х. И. Мусса¹, М. Р. Аббуд², А. Х. Джаллул²

¹ Санкт-Петербургский горный университет, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

² Ливанский международный университет, г. Бейрут, Ливан

*e-mail: mustafin_m@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается вопрос использования технологии спутникового нивелирования для создания опорных высотных сетей. Тема актуальна в связи с возможностью определения нормальных высот, преимущественно за счет спутниковых определений. При этом обеспечение соответствующей точности сопряжено с решением технологических и расчетных задач. Первые связаны с постановкой экспериментальных исследований по уточнению степени изменчивости поверхностей относимости, от которых зависит передача отметки способом геометрического нивелирования. Вторые направлены на уточнение для определенных территорий отметок квазигеоида по данным спутниковых определений, модели квазигеоида и геометрического нивелирования. Применение технологии спутникового нивелирования особенно актуально для стран, где либо отсутствует государственная геодезическая сеть, либо она недостаточна развита, что не позволяет полноценно решать практические задачи. Представленная методика спутникового нивелирования включает анализ точности уклонов от отвесной линии. Приведен пример тестирования методики в Ливане.

Ключевые слова: спутниковое нивелирование, геодезические сети, высотная сеть, спутниковые определения, отклонение от вертикали, модель квазигеоида, геометрическое нивелирование

Введение

Глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС) широко используются во всем мире. Их применение для определения плановых координат весьма эффективно [1–9]. Однако для определения нормальных высот надо сделать некоторый перерасчет с использованием данных о локальном квазигеоиде. Разницу между нормальной и геодезической высотой можно выявить по отклонениям от отвеса расчетным путем с учетом данных о превышениях точек и их геодезических высот. При этом необходимо иметь либо информацию о нормальных высотах исходных пунктов, либо отметки квазигеоида [10–14].

Отклонение от отвеса (ϵ) на относительно ровной местности колеблется от 0" до 5", но может достигать 70" в горных районах [12, 13]. Оно имеет два компонента: компонент север-юг, или меридиональный компонент (ξ), и компонент восток-запад, или главный вертикальный компонент (η). Исторически определение отклонения вер-

тикали было приложением астрономической или гравиметрической геодезии. С внедрением в практику измерений по технологии ГНСС инженерные геодезисты получили возможность оперативного определения нормальных высот.

Особенно целесообразно использовать спутниковое нивелирование в регионах, где гравитационная информация неизвестна и определение нормальных высот с помощью гравитационного метода затруднительно [15, 16]. Ливан – один из этих регионов: отсутствует геодезическая сеть нормальных высот.

Экспериментальные исследования были проведены в Ливане. Отклонения от отвеса определялись по методике, изложенной Томасом Солером, в которой используются геодезические координаты, полученные с помощью приемников ГНСС, и нормальные высоты, определенные с помощью нивелирования первого класса [15–24]. При этом результаты измерений обрабатываются по методу наименьших квадратов (МНК) [25–27].

Методика исследований

Район исследования включал контрольный пункт, который находился на вершине горы Мера в районе Машгара (рис. 1). Вспомогательные и центральный пункты расположены на равнинной местности в долине Бекаа (площадь около 37 000 м²). Настоящие исследования носят экспериментальный характер и в этой связи на указанной площади вариации гравитацион-

- прямоугольные ($X = -324264.64m, Y = -69946.33m$);
- местные ($\varphi = 33^{\circ}31'09,885''N, \lambda = 35^{\circ}39'29,846''E, h = 1254,973m$);
- глобальные ($\varphi = 33^{\circ}31'09,712''N, \lambda = 35^{\circ}39'33,249''E, h = 1176,891m$).

ГНСС-наблюдения проводились с использованием четырех ГНСС-приемников. Спутниковые наблюдения осуществлялись в статическом режиме с двумя приемниками, установленными на контрольной (R) и центральной (P) станциях (см. рис. 1), а два других приемника перемещались между вспомогательными станциями. Высота инструмента измерялась дважды в начале и в конце каж-

ного поля априорно будут невелики. Вместе с тем, важен методический аспект, который возможно распространить на большие площади. Кроме того, для определенных задач, например, ирригации или высотного строительства, весьма актуально уточнение картины распределения нормальных высот. Как видно, точки хорошо распределены по четырем квадратам. Координаты пункта управления (нижний левый угол сетки, рис. 1):

дого сеанса с помощью обычной рулетки. Основная цель ГНСС-наблюдений состоит в том, чтобы получить положение (координаты), азимут, эллипсоидальную высоту и эллипсоидальное расстояние для центральной и вспомогательных станций в дополнение к их отклонениям от отвеса. Эти параметры будут использоваться для определения наименьших значений (по МНК) отклонений от вертикали.

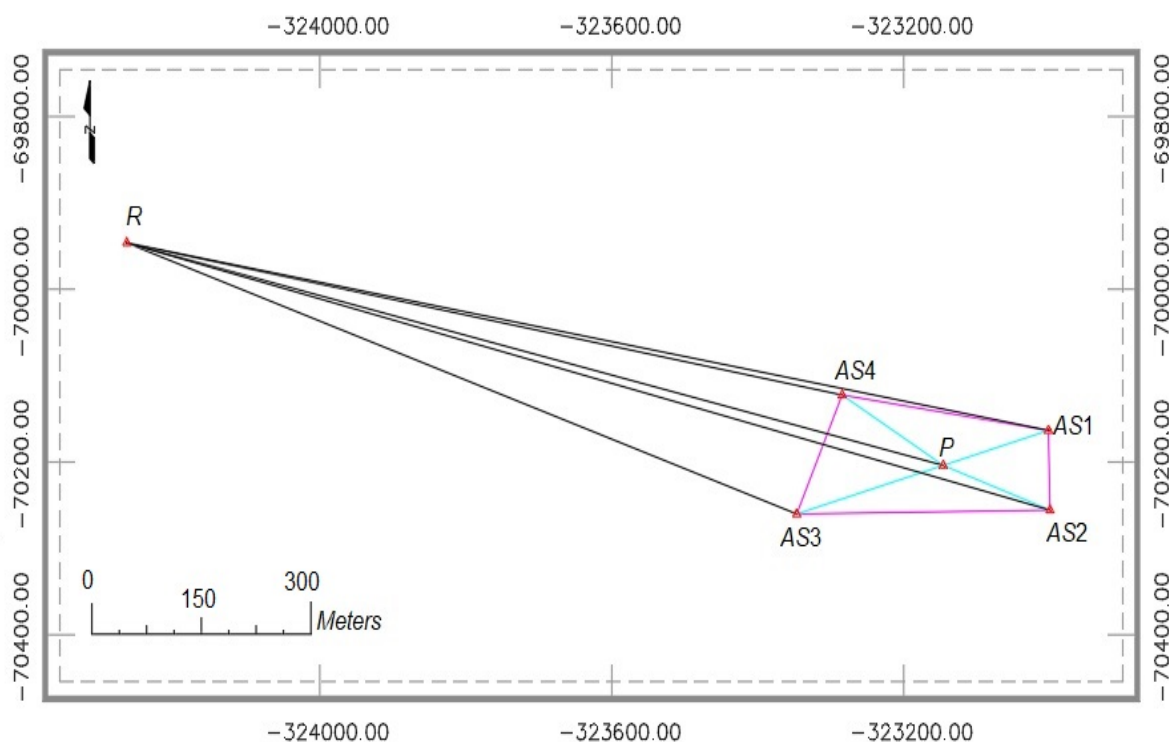


Рис. 1. Экспериментальный участок

Для определения нормальных высот на участках между центральным и вспомогательными пунктами создана сеть нивелирных хо-

дов (рис. 2). Запроектированные нивелирные ходы (обозначены разными цветами на рис. 2) проходились в двух направлениях. Как уже от-

мечалось, эти маршруты спроектированы для установления степени неравномерности гравитационного поля. Эти определения позволяют при незначительности разности отметок точек, полученных по разным маршрутам, считать гравитационное поле однородным и однознач-

ным. В этом случае нормальные высоты определяются по результатам геометрического нивелирования. В противном случае выполняется решение задачи о поправках в нивелирные ходы (гравиметрия) и установление картины высот на рассматриваемых участках.

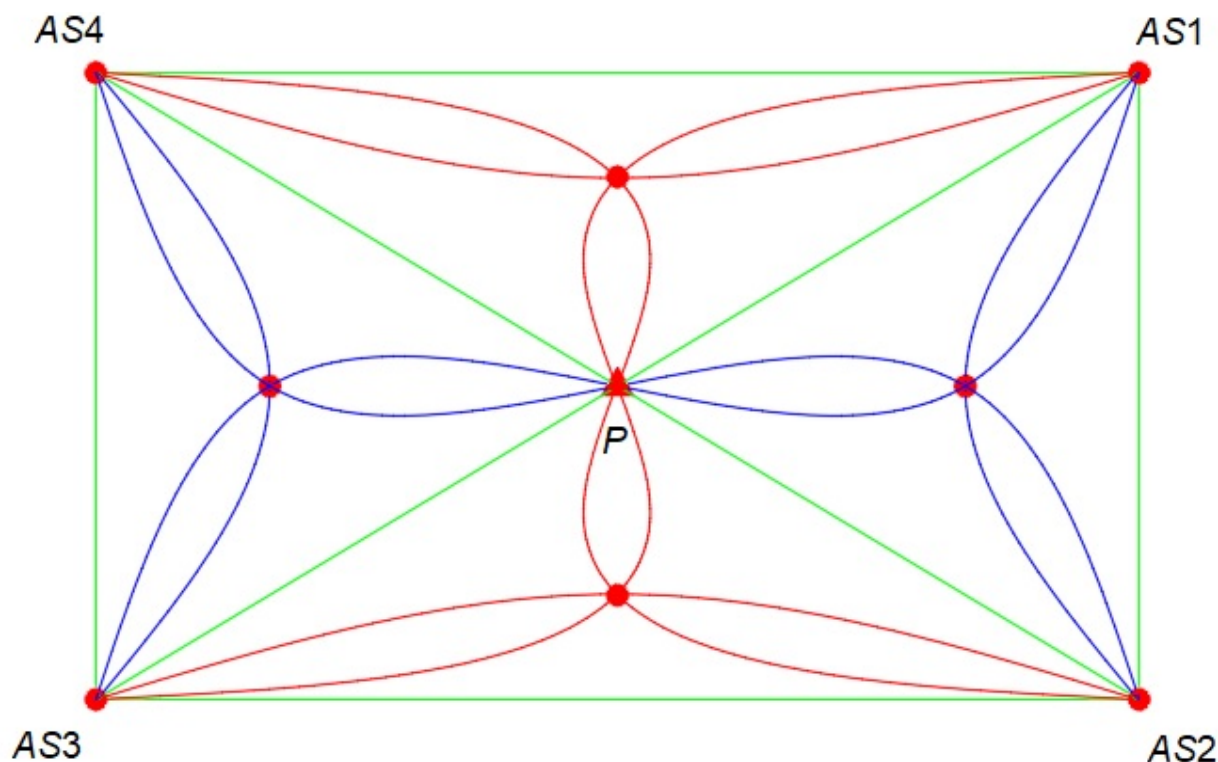


Рис. 2. Схема нивелирных ходов (цветом выделены маршруты ходов)

Для достижения максимально возможной точности измерения перепадов высот систематические ошибки, которые не могут быть в достаточной степени устранены с помощью приборов или методов наблюдений, были сведены к минимуму путем внесения соответствующих поправок в данные наблюдений. Этими ошибками являются ошибка коллимации, атмосферная рефракция и кривизна Земли, поправка на температуру штанги и невязка разреза.

Далее были обработаны базовые линии наблюдения ГНСС. Перед этим были проверены и удалены зашумленные данные. Затем была использована корректировка для выявления плохих наблюдений в сети и оценок ошибок для всех наблюдений. Плохих наблюдений обнаружено не было, поэтому

ни одно из них не было удалено. Кроме того, контрольная точка использовалась для выполнения уравнивания с минимальными ограничениями. Удержание фиксированной контрольной точки сдвигает наблюдения в правильное место в пределах выбранной системы отсчета, после чего можно определить скорректированные координаты для всех других точек в сети относительно системы отсчета проекта.

В таблицах ниже приведен список скорректированных геодезических координат используемых станций, а также геодезический азимут с соответствующим эллипсоидальным расстоянием (табл. 1, 2).

Коллимационная ошибка цифрового уровня измеряется путем получения набора наблюдений, называемого коллимационной

проверкой. Результаты коллимационной ошибки, а также ошибки нивелирования двойных нивелирных линий были сопоставлены со стандартами и спецификациями для геодезических контрольных сетей, *FGCC*, 1984, чтобы определить порядок нивелирования, который может быть достигнут с помощью этого инструмента. Корректировка нивелирных разрезов была сделана для минимизации систематических ошибок путем

применения соответствующих поправок, которые были применены к необработанным наблюдениям, чтобы указать скорректированную разницу высот между центральной точкой и вспомогательными станциями. Исправлены следующие ошибки: ошибка коллимации (К), ошибка атмосферной рефракции и кривизны Земли (АК) и ошибка температуры стержня (ТС). Результаты коррекций представлены в миллиметрах (табл. 3).

Таблица 1

Уточненные геодезические координаты станций

Станция	φ	Λ	h (м)
AS1	N33°31'04,23121"	E35°40'19,02478"	879,270
AS2	N33°31'01,24149"	E35°40'19,23416"	880,368
AS3	N33°31'00,71580"	E35°40'05,80357"	884,665
AS4	N33°31'05,25205"	E35°40'08,02967"	884,793
P	N33°31'01,69397"	E35°40'13,54427"	881,761

Таблица 2

Геодезический азимут и эллипсоидальное расстояние базовых линий

Базовый уровень	Геодезический азимут	Эллипсоидальное расстояние (м)
P - AS1	61°04'19"	161,601
P - AS2	95°25'21"	147,503
P - AS3	261°25'20"	202,029
P - AS4	307°36'18"	179,640

Различия в отметках, полученные с помощью высокоточного нивелирования, сравнивали с данными модели Земли *EGM* 2008. Результаты близки друг к другу, различия в пределах 1–2 мм (табл. 4). Таким образом, на основании результатов, представленных в таблице ниже, нет необходимости включать гравитационные измерения в локальные районы, где проводился этот проект.

Составляющие вертикального прогиба исследуемой области рассчитывались на основе теоретических моделей с использованием программного обеспечения *MATLAB*. Кроме того, остатки, апостериорная дисперсия, апостериорное стандартное отклонение и стандартное отклонение каждого из неизвестных компонентов были рассчитаны на основе теоретических моделей, рассчитанных с использованием программного обеспечения *MATLAB*.

Превышения пунктов с поправками

Пункт	Путь	К	АК	ТС	ΔН	Среднее превышение	МНК
P -AS1	1	0,046	0,026	-0,548	-2,499	-2,500	-2,501
	2	0,161	0,058	-0,595	-2,500		
	3	0,506	0,181	-0,799	-2,500		
P -AS2	1	0,176	0,069	-0,247	-1,401	-1,401	-1,401
	2	0,653	0,218	-0,467	-1,400		
	3	0,482	0,172	-0,248	-1,401		
P -AS3	1	-0,083	0,002	0,436	2,912	2,913	2,913
	2	0,0189	-0,003	0,596	2,914		
	3	0,191	0,036	0,970	2,913		
P -AS4	1	-0,089	-0,018	0,754	3,037	3,037	3,038
	2	0,041	0,015	0,607	3,037		
	3	0,267	0,057	1,095	3,038		
AS1 - AS2	1	0,127	0,040	0,241	1,100	1,100	1,100
	2	-0,037	-0,01	0,262	1,099		
	3	0,202	0,052	0,352	1,102		
AS1 - AS4	1	-0,196	-0,056	0,975	5,540	5,540	5,539
	2	0,147	0,065	1,845	5,539		
	3	0,17	0,059	0,979	5,540		
AS3 - AS2	1	0,075	0,038	-0,645	-4,313	-4,314	-4,314
	2	0,068	0,038	-0,883	-4,315		
	3	-0,178	-0,089	-1,437	-4,313		
AS3 - AS4	1	0,058	0,023	0,031	0,123	0,124	0,124
	2	-0,011	0,009	0,025	0,124		
	3	0,154	0,064	0,045	0,125		

Таблица 4

Разница между измеренными и модельными отметками (EGM 2008)

Раздел	ΔH (высокоточное нивелирование) м	ΔH (EGM 2008 – Ливан) м	Разница (мм)
P - AS1	-2,501	-2,5	-1
P- AS2	-1,401	-1,401	0
P - AS3	2,913	2,915	-2
P - AS4	3,038	3,038	0
AS1 - AS2	1,1	1,099	1
AS1 - AS4	5,539	5,537	2
AS3 - AS2	-4,314	-4,316	2
AS3 - AS4	0,124	0,122	2

В *MATLAB* использовались следующие формулы:

$$\eta = \frac{1}{(N+h)\cos\varphi} \cdot \frac{\partial N}{\partial \lambda}; \quad (1)$$

$$\xi = -\frac{1}{(M+h)} \cdot \frac{\partial N}{\partial \varphi},$$

где φ, λ – геодезические координаты; N – волнистость геоида; N – главный вертикальный радиус кривизны; M – меридиональный радиус кривизны; h – эллипсоидальная высота.

Отклонение вертикали (ε) вдоль геодезического азимутального направления α определяется следующим образом:

$$\varepsilon = \xi \cdot \cos \alpha + \eta \cdot \sin \alpha, \quad (2)$$

где α – геодезический азимут.

Дифференциальная связь между высотой геоида и отклонением вертикали на поверхности геоида определяется по следующей формуле:

$$\varepsilon = -\frac{dN}{dS}, \quad (3)$$

где dN – изменение высоты геоида; dS – эллипсоидальное расстояние.

После объединения этих формул результат выглядит следующим образом:

$$-\frac{dN}{dS} = \xi \cdot \cos \alpha + \eta \cdot \sin \alpha. \quad (4)$$

После вычисления компонентов величину вертикального отклонения можно вычислить следующим образом:

$$\varepsilon = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}. \quad (5)$$

Результаты исследований

Вертикальное отклонение было рассчитано относительно местного эллипсоида (Кларк, 1880 г.), поэтому оно классифицируется как относительное значение. И меридиональная составляющая ξ , и основная вертикальная составляющая η отрицательны, поэтому астрономический зенит находится на юго-западе от геодезического зенита. Результирующие стандартные отклонения (табл. 5) находятся в пределах долей угловой секунды, что следует учитывать при использовании средств измерений с высокой угловой точностью (0,5") в соответствующую

щих проектах. Полученные результаты совместимы с топографией изучаемой территории. Вершина горы Мера находится примерно в 1 160 м к западу от центральной станции. Отрицательное значение составляющей η (восток-

запад) указывает на то, что отвес притягивается к горе (западное направление). Это боковое притяжение происходит из-за более высокой гравитационной силы, обусловленной рельефом (гора, табл. 6).

Таблица 5

Отклонение линий от отвеса на поверхности Земли и геоида

Компоненты	Поверхность Земли (с)	Поверхность геоида (с)	Различия (мс)
ξ	$-3,4138 \pm 0,1163$	$-3,4144 \pm 0,1163$	0,6
η	$-10,7876 \pm 0,0487$	$-10,7886 \pm 0,0487$	1,8

Таблица 6

Отклонения от отвеса на поверхности Земли и геоида

Отклонения от отвеса	Поверхность Земли (с)	Поверхность геоида (с)	Различия (мс)
ε	11,3149	11,3160	1,1

Заключение

Полученные результаты показали, что нивелирования по программе I и II класса в сочетании с одночасовыми ГНСС-наблюдениями (режим «статика») достаточно для расчета значимый компонент вертикального отклонения. Если модели квазигеоида с высоким разрешением в рассматриваемом регионе не существует, представленный подход позволяет определение отметок.

Предложенный метод может быть применен также и к геодезической сети сгущения при наличии нормальных высот на базовых пунктах. Однако, как известно, определение отметок только по результатам геометрического нивелирования может иметь разные значения в зависимости от маршрута. Метод определения отметок при существенной разнородности гравитационного поля нуждается в дальнейшей проработке. Вместе с тем, возможность определения отвесных линий лишь на локальных участках геометрическим нивелированием,

наличие данных о нормальных (модель геоида EGM2008) и геодезических высотах (спутниковые определения) позволяют решить этот вопрос.

Определение компонентов вертикального отклонения важно для такой страны, как Ливан, из-за отсутствия сети нормальных высот с разрешением для инженерных нужд. При определении на каком-либо участке производственных работ по схеме (см. рис. 1) однозначности отметок применяют нивелировочные работы по схеме III класса и грубее. Важность определения отклонений от отвеса чрезвычайно при определении уклонов для подачи воды в засушливые регионы, при строительстве трубо- и тепловодов, а также высотном строительстве. При этом абсолютные отметки квазигеоида бывают не столь важны относительно отклонений от вертикали. При строительстве различных объектов мы опираемся на результаты геометрического нивелирования, которое обеспечивает передачу отметок, соблюдая отвесность звеньев хода.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Антонович К. М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии : дисс. ... д-ра тех. наук. – Новосибирск : СГГА, 2007.
2. Косарев Н. С., Падве В. А. ГНСС-наблюдения на геодинамическом полигоне нефтегазового месторождения: методика, обработка данных и их анализ // Вестник СГУГиТ. – 2022. – Т. 27, № 2. – С. 18–29.

3. Баландин В. Н., Брынь М. Я., Меньшиков И. В., Фирсов Ю. Г. Вычисление плоских прямоугольных координат, сближения меридианов и масштаба проекции Гаусса в 6-градусной зоне по геодезическим координатам // *Геодезия и картография*. – 2014. – № 2. – С. 11–13.
4. Баландин В. Н., Меньшиков И. В., Фирсов Ю. Г., Ефанов А. И. Определение аномалий высот спутниковым методом // *Геодезия и картография*. – 2016. – № 2. – С. 11–16.
5. Виноградов А. В., Войтенко А. В., Жигулин А. Ю. Оценка точности метода Precise Point Positioning и возможности его применения при кадастровых работах // *Геопрофи*. – 2010. – № 2. – С. 27–30.
6. Азаров Б. Ф. Современные методы геодезических наблюдений за деформациями инженерных сооружений // *Ползуновский вестник*. – 2011. – № 1. – С. 19–29.
7. Мустафин М. Г., Чан Ш. Т. Методика передачи отметок на монтажные горизонты с применением спутниковой технологии измерений // *Геодезия и картография*. – 2019. – Т. 80, № 4. – С. 2–8.
8. Худяков Г. И. Развитие методов аналитической геометрии на сфере для решения задач геодезии и навигации // *Записки Горного института*. – 2017. – Т. 223. – С. 70–81.
9. Чан Т. Ш., Кузин А. А. Алгоритм преобразования координат из геоцентрической системы в топоцентрическую и его применение при строительстве во Вьетнаме // *Вестник СГУГиТ*. – 2019. – Т. 24, № 1. – С. 59–71.
10. Карпик А. П., Канушин В. Ф., Ганагина И. Г., Голдобин Д. Н., Косарев Н. С., Косарева А. М. Определение составляющих уклонения отвесной линии на территории Западной Сибири методом численного дифференцирования // *Вестник СГУГиТ*. – 2018. – Т. 23, № 3. – С. 15–29.
11. Косарев Н. С., Канушин В. Ф., Кафтан В. И. и др. О результатах сравнения определения уклонений отвесной линии на территории Западной Сибири // *Гироскопия и навигация*. – 2017. – № 4 (99). – С. 72–83.
12. Обиденко В. И., Опритова О. А., Решетов А. П. Разработка методики получения нормальных высот на территории Новосибирской области с использованием глобальной модели геоида EGM2008 // *Вестник СГУГиТ*. – 2016. – Вып. 1 (33). – С. 14–26.
13. Канушин В. Ф., Ганагина И. Г., Голдобин Д. Н., Мазурова Е. М., Косарев Н. С., Косарева А. М. Современные глобальные модели квазигеоида: точностные характеристики и разрешающая способность // *Вестник СГУГиТ*. – 2017. – Т. 22, № 1. – С. 30–49.
14. Непоклонов В. Б., Лидовская Е. А., Спесивцев А. А. Оценка качества моделей гравитационного поля Земли // *Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка*. – 2014. – № 2. – С. 24–32.
15. Basil D. D. et al. Determination of Deflection of the Vertical Components: Implications on Terrestrial Geodetic Measurement // *World Journal of Geomatics and Geosciences*. – 2021. – P. 36–49.
16. Ceylan A. Determination of the deflection of vertical components via GPS and leveling measurement: A case study of a GPS test network in Konya, Turkey // *Scientific research and essay*. – 2009. – Vol. 4 (12). – P. 1438–1444.
17. Ceylan A., Baykal O. Precise height determination using simultaneous-reciprocal trigonometric levelling // *Survey Review*. – 2008. – Vol. 40 (308). – P. 195–205.
18. Lu Z., Yunying Qu, Shubo Qiao. *Geodesy*. – Springer : Berlin/Heidelberg, Germany, 2014.
19. Marković, Miloš et al. Estimation of the deflection of vertical components using precise levelling and GNSS measurements on high precision levelling network of Serbia. – 2019.
20. Shin, Moon-Seung, Dong-Ha Lee, and In-Tae Yang. Determination of the deflection of vertical components via GPS and leveling measurement: A Case Study of Chunchoen, Gangwon-do // *Journal of Industrial Technology*. – 2016. – Vol. 36. – P. 65–69.
21. Soler T., Carlson A. E., Evans A. G. Determination of vertical deflections using the Global Positioning System and geodetic leveling // *Geophysical research letters*. – 1989. – Vol. 16 (7). – P. 695–698.
22. Soler T., Han Jen-Yu. Rapid prediction of vertical deflections and their statistics for surveying and mapping applications: three case studies // *Journal of surveying engineering*. – 2021. – Vol. 147 (4). – P. 04021021.
23. Vandenberg D. J. Combining GPS and terrestrial observations to determine deflection of the vertical. Diss. MS thesis. – Purdue Univ., West Lafayette, Ind. 1999.
24. Wijesiriwardhana H., Rathnayake R., Prasanna H., Welikanna D. Calculation of deflection of the vertical components: analyzing the GPS, levelling measurements and their distribution geometry. – 2017.
25. Мазуров Б. Т., Мустафин М. Г., Панжин А. А. Метод оценки дивергенции векторных полей деформаций земной поверхности при разработке месторождений полезных ископаемых // *Записки Горного института*. – 2019. – Т. 238. – С. 376–382.
26. Павлов Н. С., Зубов А. В. Оценка стабильности опорных и деформационных маркшейдерско-геодезических сетей // *Маркшейдерский вестник*. – 2013. – № 2. – С. 21–23.
27. Трушко В. Л., Дьяков Б. Н. Топологическая надежность маркшейдерских геодезических сетей // *Записки Горного института*. – 2013. – Т. 180. – С. 198–202.

Об авторах

Мурат Газизович Мустафин – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой инженерной геодезии.

Хиба Ибрахим Мусса – аспирант кафедры инженерной геодезии.

Мохаммад Рафик Аббуд – кандидат технических наук, заведующий кафедрой инженерной геодезии.

Али Хасан Джаллул – студент кафедры инженерной геодезии.

Получено 16.12.2022

© М. Г. Мустафин, Х. И. Мусса, М. Р. Аббуд, А. Х. Джаллул, 2023

Using the satellite leveling technique for creating a height network in Lebanon

M. G. Mustafin¹, H. I. Moussa¹, M. R. Abboud², A. H. Jalloul²

¹ St. Petersburg Mining University, St. Petersburg, Russian Federation

² Lebanese International University, Beirut, Lebanon

*e-mail: mustafin_m@mail.ru

Abstract. The article deals with the issue of using satellite leveling technology to create referenced height networks. The topic is relevant with the possibility of determining normal heights according to satellite determinations. At the same time, ensuring that the appropriate accuracy is associated with the solution of technological and computational problems. The first one is connected with the formulation of experimental studies to clarify the degree of variability of the reference surfaces, on which the transfer of the mark depends on the geometric leveling method. The second one is aimed to clarify the quasi-geoid marks for certain territories according to satellite determinations, quasi-geoid model, and geometric leveling. The use of satellite leveling technology is especially appropriate for countries with either no existing state geodetic network, or an undeveloped one, which in turns prevents finding a full-fledged solution of the practical problems. The presented method of satellite leveling includes the analysis of the deviations accuracy from the plumb line. An example of testing the methodology in Lebanon is given.

Keywords: satellite leveling, geodetic networks, altitudinal network, satellite definitions, vertical deviation, quasi-geoid model, geometric leveling

REFERENCES

1. Antonovich, K. M. (2007). The use of satellite radio navigation systems in geodesy. *Doctor's thesis*. Novosibirsk: SSGA Publ. [in Russian].
2. Kosarev, N. S., & Padve, V. A. (2022). Experience in organizing GNSS-Observations At The Geodynamic Polygon of an Oil and Gas Field: Methodology, Data Processing and Analysis. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 27(2) 18–29 [in Russian].
3. Balandin, V. N., Bryn, M. Ya., Menchikov, I. V., & Firsov, Yu. G. (2014). Calculation of the plane rectangular coordinates, meridian rapprochement and Gauss projection scale in the 6th grid zone using geodetic coordinates. *Geodeziya i kartografiya [Geodesy and Cartography]*, 2, 11–13 [in Russian].
4. Balandin, V. N., Menchikov, I. V., Firsov, Yu. G., & Efanov, A. I. (2016). The determination of height anomaly by satellitic methodes. *Geodeziya i kartografiya [Geodesy and Cartography]*, 2, 11–16 [in Russian].
5. Vynogradov, A. V., Voytenko, A. V., & Zhigulin, A. Yu. (2010). Accuracy assessment of the Precise Point Positioning method and the possibilities of its application in cadastral works. *Geoprofi [Geopropy]*, 2, 27–30 [in Russian].
6. Azarov, B. F. (2011). Modern methods of geodetic observations of deformations of engineering structures. *Polzunovskiy Vestnik*, 1, 19–29 [in Russian].
7. Mustafin, M. G., & Tran Thanh Son. (2019). Method of transferring marks to the installation horizons using satellite measurement technology *Geodeziya i kartografiya [Geodesy and Cartography]*, 80(4), 2–8 [in Russian].
8. Khudyakov, G. I. (2017). Development of methods of analytical geometry of a sphere for solving geodesy and navigation tasks. *Zapiski Gornogo instituta [Journal of Mining Institute]*, 223, 70–81 [in Russian].

9. Thanh Son Tran, & Kuzin, A. A. (2019). Algorithm of transforming coordinates from a geocentric system to a topocentric system and its application in construction in Vietnam. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 24(1), 59–71 [in Russian].
10. Karpik, A. P., Kanushin, V. F., Ganagina, I. G., Goldobin, D. N., Kosarev, N. S., & Kosareva, A. M. (2018). Determination of plumb line deflection components in the territory of Western Siberia by numerical differentiation. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 23(3), 15–29 [in Russian].
11. Kosarev, N. S., Kanushin, V. F., Kaftan, V. I., & et al. (2017). Results of comparison of deflections of the vertical identified in the Western Siberia region. *Giroskopiya i Navigatsiya*, 25(4), 72–83. DOI:10.17285/0869-7035.2017.25.4.072-083.
12. Obidenko V. I., Opritova O. A., & Reshetov A. P. (2016). Working out of a technique of reception of normal heights in territory of the Novosibirsk region with use of earth gravitanional model EGM2008. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 1(33), 14–26 [in Russian].
13. Kanushin, V. F., Ganagina, I. G., Goldobin, D. N., Mazurova, E. M., Kosarev, N. S., & Kosareva, A. M. (2017). Quasigeoid modern global models: accuracy characteristics and resolution. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 22(1), 30–49 [in Russian].
14. Nepoklonov, V. B., Lidovskaya, E. A., & Spesivtsev, A. A. (2014). Assessment of the quality of models of the Earth's gravitational field. *Izvestia vuzov. Geodeziya I aerofotos"emka [IzvestiyaVuzov. Geodesy and Aerophotosurveying]*, 2, 24–32 [in Russian].
15. Basil, D. D., & et al. (2021). Determination of Deflection of the Vertical Components: Implications on Terrestrial Geodetic Measurement. *World Journal of Geomatics and Geosciences* (pp. 36–49).
16. Ceylan, A. (2009). Determination of the deflection of vertical components via GPS and leveling measurement: A case study of a GPS test network in Konya, Turkey. *Scientific Research and Essay*, 4(12), 1438–1444.
17. Ceylan, A., & Baykal, O. (2008). Precise height determination using simultaneous-reciprocal trigonometric levelling. *Survey Review*, 40(308), 195–205.
18. Lu, Z., Yunying, Qu., & Shubo, Qiao. (2014). *Geodesy*. Springer: Berlin/Heidelberg, Germany.
19. Marković, Miloš, & et al. (2019). Estimation of the deflection of vertical components using precise levelling and GNSS measurements on high precision levelling network of Serbia.
20. Shin, M.-S., Lee, D.-H., & Yang, I.-T. (2016). Determination of the deflection of vertical components via GPS and leveling measurement: A Case Study of Chunchoen, Gangwon-do. *Journal of Industrial Technology*, 36, 65–69.
21. Soler, T., Carlson, A. E., & Evans, A. G. (1989). Determination of vertical deflections using the Global Positioning System and geodetic leveling. *Geophysical Research Letters*, 16(7), 695–698.
22. Soler, T., & Han, J.-Y. (2021). Rapid prediction of vertical deflections and their statistics for surveying and mapping applications: three case studies. *Journal of Surveying Engineering*, 147(4), P. 04021021.
23. Vandenberg, D. J. (1999). Combining GPS and terrestrial observations to determine deflection of the vertical. *Diss. MS thesis*. Purdue Univ., West Lafayette, Ind.
24. Wijesiriwardhana, H., Rathnayake, R., Prasanna, H., & Welikanna, D. (2017). Calculation of deflection of the vertical components: analyzing the GPS, levelling measurements and their distribution geometry.
25. Mazurov, B. T., Mustafin, M. G., & Panzhin, A. A. (2019). Estimation method for vector field divergence of earth crust deformations in the process of mineral deposits development. *Zapiski Gornogo instituta [Journal of Mining Institute]*, 238, 376–382 [in Russian].
26. Pavlov, N. S., & Zubov, A. V. (2013). Estimation of the stability of supporting and deformation surveying and geodetic networks. *Marksheyderskiy vestnik [Mine Surveying Bulletin]*, 2. 21–23 [in Russian].
27. Trushko, V. L., & Dyakov, B. N. (2009). Topological reliability of mine surveying geodetic networks. *Zapiski Gornogo instituta [Journal of Mining Institute]*, 180, 198–202 [in Russian].

Author details

Murat G. Mustafin – D. Sc., Professor, Head of the Department of Engineering Geodesy.

Hiba I. Moussa – Ph. D, Department of Engineering Geodesy.

Mohammad R. Abboud – Ph. D, Head of the Department of Engineering Geodesy.

Ali H. Jallul – Student, Department of Engineering Geodesy.

Received 16.12.2022

© M. G. Mustafin, H. I. Moussa, M. R. Abboud, A. H. Jalloul, 2023