

УДК 531.231
DOI 10.33764/2411-1759-2022-27-5-183-202

Влияние сил инерции взаимодействующих тел механической системы на ее движение в диссипативной среде и особенности движения

*С. В. Савелькаев¹**

¹ Сибирский государственный университет геосистем и технологий, г. Новосибирск, Российская Федерация

* e-mail: sergei.savelkaev@yandex.ru

Аннотация. В настоящее время силы инерции рассматривают с различных точек зрения. Одни считают их фиктивными, другие – реальными, то есть способными влиять на движение взаимодействующих тел механической системы. Сторонники последней точки зрения, например, В. Н. Толчин, разработавший в 1930-е гг. движитель (инерциоид), и Г. И. Шипов, создавший «Теорию физического вакуума» (1993 г.) в его интерпретации «Парадигма», которая якобы обосновывает возможность направленного движения инерциоида за счет сил инерции его внутренних тел в пространстве без взаимодействия опорного тела (основания) с внешней средой. Несостоятельность этой парадигмы доказана испытаниями инерциоида в космосе (2010 г.). В настоящей статье проведен динамический анализ трехмассовой механической системы типа «инерциоид». Целью анализа является исследование влияния сил инерции внутренних тел механической системы, взаимодействующих с ее опорным телом, на движение этой механической системы в диссипативной среде с линейным вязким сопротивлением. Получено уравнение ее движения с учетом сил инерции ее внутренних тел. На основе моделирования движения механической системы установлено, что величина смещения ее центра масс в широком диапазоне значений сопротивления среды остается постоянной, что не противоречит современным представлениям о периодических движениях двухмассовых систем. На основе математического моделирования в рамках предложенной математической модели численными методами определено пороговое значение сопротивления среды, ниже которого смещение его центра масс невозможно. Показано, что смещение центра масс механической системы обусловлено разностью фаз периодического движения его внутренних тел и опорного тела, зависящей от сопротивления среды движению опорного тела. Согласно полученным результатам, силы инерции являются реальными и способны совершать направленное эффективное движение механической системы в среде с малым сопротивлением. В среде с нулевым сопротивлением смещение центра масс невозможно. Кроме того, на основе полученной математической модели выведено измерительное уравнение, обеспечивающее косвенное измерение сопротивления внешней среды в зависимости от величины измеряемой амплитуды колебания основания механической системы, которое может иметь различную форму и размеры. Такое измерение точнее и проще метода Стокса, основанного на гидродинамических методах.

Ключевые слова: инерциоид, уравнение движения, диссипативная среда, вязкое сопротивление, пороговое значение сопротивления, угол диссипативных потерь, смещение центра масс

Введение

В настоящее время силы инерции \vec{F} (Даламбера, Кориолиса и др.) рассматривают с различных точек зрения [1–4]. Например, согласно одной из них, силы инерции \vec{F} взаимодействующих тел МС рассматривают как фиктивные, условные, введенные для того, чтобы сов-

местно с аксиомой связей придать уравнению Ньютона $m\vec{a} = \vec{F}$ наиболее удобную форму равновесия в виде принципа Даламбера $\vec{\Phi} + \vec{F} + \vec{R} = 0$. При этом уравнение движения механической системы (МС) взаимодействующих тел записывают в виде

$$m \frac{d}{dt} \vec{v}_C = \frac{d}{dt} \sum_i m_i \vec{v}_i = \sum_i \vec{F}_i, \quad (1)$$

где $m = \sum_i m_i$ и m_i – суммарная масса МС и масса ее i -го тела; $\vec{v}_C = \sum_i m_i \vec{v}_i / m$ и \vec{v}_i – скорость ее центра масс (ЦМ) C и ее i -го тела; $\sum_i \vec{F}_i$ – главный вектор внешних сил \vec{F}_i , каждая из которых независимо действует на i -е тело m_i МС.

Согласно другой точке зрения силы инерции внутренних тел МС, взаимодействующих с ее опорным телом (основанием), влияют на ее движение [2–4]. Для такой точки зрения уравнение движения МС (1) требует уточнения.

Целью работы является исследование влияния сил инерции внутренних тел МС на ее движение в диссипативной среде с линейным вязким сопротивлением.

Объект исследования

На рис. 1, а показана МС из трех взаимодействующих тел (МСЗ) типа инерциод Толчина [2]. МСЗ снабжена двумя рабочими (ускоряемыми) телами с равными массами m_2 . Эти тела посредством идеальных стержней с длиной R шарнирно закреплены на опорном (ускоряющем) теле, имеющем массу m_1 , с возможностью их вращательного перемещения в его плоскости. В момент времени $t=0$ рабочие тела m_2 находятся в положении x_{21} , а опорное тело m_1 – в положении x_{11} . Коэффициент сопротивления диссипативной среды движению опорного тела m_1 составляет μ_1 . Он зависит от геометрической формы и размеров этого тела. Для рабочих тел m_2 он составляет $\mu_2 = 0$.

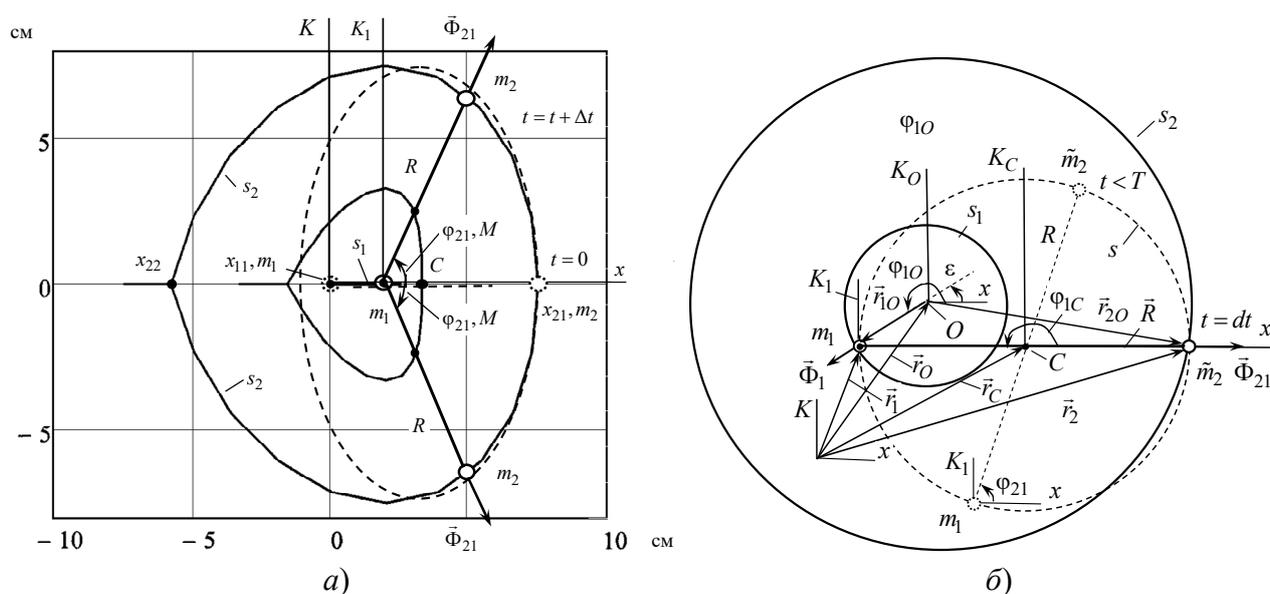


Рис. 1. Кинематическая схема МС:
а) трехмассовой; б) двухмассовой

Для проведения динамического анализа МСЗ введем неподвижную систему отсчета K , начало координат которой свяжем с начальным положением x_{11} опорного тела m_1 в момент времени $t = 0$, а также собственную систему K_1 опорного тела m_1 , которая вместе с ним может совершать поступательное движение вдоль оси x системы отсчета K по траектории s_1 (на рис. 1, *a* выделена жирной линией). Рабочие тела m_2 при $t + \Delta t$ совершают встречное вращательное движение в плоскости опорного тела m_1 по траекториям s_2 из положения x_{21} в положение x_{22} на угол $\varphi_{21} = \pm\pi$ (где знак «+» для верхнего и «-» для нижнего рабочих тел m_2) с угловой скоростью $\pm\omega_{21} = \text{const}$, которая поддерживается постоянной внутренним уравновешенным моментом $M = \pm M_{21}$, действующим на опорном теле m_1 .

Для проведения динамического анализа преобразуем МСЗ в эквивалентную МС, состоящую из двух взаимодействующих тел – опорного m_1 и рабочего \tilde{m}_2 (МС2 на рис. 1, *б*), где масса рабочего тела $\tilde{m}_2 = 2m_2$ определена через суммарную массу рабочих тел m_2 МСЗ. Переход к одному рабочему телу с массой \tilde{m}_2 справедлив для симметричного распределения масс рабочих тел m_2 МСЗ относительно оси x системы отсчета K , что выполняется, когда угловые скорости $|\omega_{21}|$ верхнего и нижнего рабочих тел m_2 МСЗ для любых $0 \leq |\varphi_{21}| \leq \pi$ равны по модулю между собой. Полагаем, что угловая скорость ω_{21} вращательного движения рабочего тела \tilde{m}_2 МС2 (как и рабочих тел m_2 МСЗ) в системе отсчета K_1 постоянна $\omega_{21} = \text{const}$.

В общем случае радиусы-векторы, определяющие положение опорного m_1 и рабочего \tilde{m}_2 тел МС2 (см. рис. 1, *б*) в системе отсчета K , а также координаты и абсолютные скорости в проекциях на оси x и y этой же системы отсчета K можно выразить в виде:

$$\begin{aligned} \vec{r}_1 &= \vec{r}_{C,O} + \vec{r}_{1C,O}; \vec{r}_2 = \vec{r}_{C,O} + \vec{r}_{2C,O} = \vec{r}_1 + \vec{R}; \\ \dot{x}_1 &= \dot{x}_{C,O} + \dot{x}_{1C,O}; \dot{y}_1 = \dot{y}_{C,O} + \dot{y}_{1C,O}; \dot{x}_2 = \dot{x}_1 - R\omega_{21} \sin \varphi_{21}; \dot{y}_2 = \dot{y}_1 + R\omega_{21} \cos \varphi_{21}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\vec{r}_{C,O}$ – радиус-вектор, определяющий положение начала координат собственной системы отсчета K_C ЦМ C (\vec{r}_C при $\mu_1 = 0$) или начала координат собственной системы отсчета K_O центра O инерционного домена (ИД) [5] (\vec{r}_O при $\mu_1 \neq 0$) в системе отсчета K , физический смысл которого будет раскрыт ниже; $\vec{r}_{1C,O}$ и $\vec{r}_{2C,O}$ – радиусы-векторы, определяющие положение опорного m_1 и рабочего \tilde{m}_2 тел в системе отсчета K_C (\vec{r}_{1C} и \vec{r}_{2C} при $\mu_1 = 0$ на рис. 1, *б* не показаны), а также системе отсчета K_O (\vec{r}_{1O} и \vec{r}_{2O} при $\mu_1 \neq 0$); $\dot{x}_{O,C}$ – переносные скорости систем отсчета K_O и K_C в системе отсчета K , определяющиеся начальными условиями взаимодействия рабочего m_1 и опорного \tilde{m}_2 тел, собственными параметрами МС2 и величиной μ_1 , что будет подробно рассмотрено ниже; $\dot{x}_{1C,O}$ и $\dot{y}_{1C,O}$ – скорость опорного тела m_1 в системе отсчета K_C (при $\mu_1 = 0$) или системе отсчета K_O (при $\mu_1 \neq 0$); $R\omega_{21}$ – относительная скорость рабочего тела \tilde{m}_2 в собственной системе отсчета K_1 опорного тела m_1 .

Для упрощения динамического анализа первоначально предположим, что ЦМ C и центр O ИД покоятся в системе отсчета K – $\dot{\vec{r}}_{C,O} = d\vec{r}_{C,O} / dt = 0$.

В среде без потерь, когда $\mu_1 = 0$, опорное тело m_1 будет совершать вращательное движение относительно ЦМ C МС2, а рабочее тело \tilde{m}_2 относительно опорного тела m_1 по общей

траектории s (общей при $m_1 = \tilde{m}_2$) в виде окружности, которая показана штрих-пунктиром на рис. 1, б. В отличие от МС2, рабочие тела m_2 МС3 при $\mu_1 = 0$ будут совершать вращательное движение относительно ЦМ C в системе отсчета K_C по траектории в виде эллипса s , а опорное тело m_1 вдоль оси x этой системы отсчета K_C по траектории s_1 , которые показаны на рис. 1, а штрих-пунктиром.

Согласно рис. 1, б, фаза φ_{1C} вращательного движения рабочего тела m_1 в системе отсчета K_C ЦМ C МС2 связана с фазой вращательного движения рабочего тела \tilde{m}_2 в системе отсчета K_1 преобразованием

$$\varphi_{1C} = \varphi_{21} + \varphi, \quad (3)$$

где $\varphi = \pi$ – угол запаздывания $\varphi = \varphi_{1C} - \varphi_{21}$ фазы φ_{1C} вращательного движения опорного тела m_1 относительно фазы φ_{21} вращательного движения рабочего тела \tilde{m}_2 в среде без потерь.

Для случая $\mu_1 \neq 0$ опорное m_1 и рабочее \tilde{m}_2 тела будут совершать вращательное движение в системе отсчета K_O центра O инерционного домена (ИД), образованного этими взаимодействующими телами, которые движутся по окружностям s_1 и s_2 , как показано на рис. 1, б. Здесь фаза φ_{1O} вращательного движения рабочего тела m_1 в системе отсчета K_O центра O ИД связана с фазой вращательного движения рабочего тела \tilde{m}_2 в системе отсчета K_1 преобразованием аналогичного (3) вида

$$\varphi_{1O} = \varphi_{21} + \varphi, \quad (4)$$

где $\varphi = \pi + \varepsilon$ и ε – угол диссипативного запаздывания [3, 5–7], учитывающий влияние действия на опорное тело m_1 диссипативной силы

$$\vec{F}_1 = -\mu_1 \vec{v}_1, \quad (5)$$

где $\vec{v}_1 = \vec{v}_{1O,C}$ – скорость опорного тела m_1 в системе отсчета K (при $\dot{r}_{C,O} = d\vec{r}_{C,O}/dt = 0$). Методика определения угла ε и координат x_O, y_O центра O ИД, его скорости \vec{v}_O и скорости \vec{v}_C ЦМ C в системе отсчета K подробно рассмотрена ниже.

С учетом (4) положения опорного тела m_1 МС2 (см. рис. 1, б) в системе отсчета K_O можно определить выражениями:

$$\begin{aligned} x_{1O} &= A_1 \cos \varphi_{1O} = A_1 \cos(\varphi_{21} + \varphi) = A_1 \cos(\varphi_{21} + \pi + \varepsilon) = -A_1 \cos(\varphi_{21} + \varepsilon); \\ y_{1O} &= A_1 \sin \varphi_{1O} = A_1 \sin(\varphi_{21} + \varphi) = A_1 \sin(\varphi_{21} + \varepsilon) = -A_1 \sin(\varphi_{21} + \varepsilon), \end{aligned} \quad (6)$$

где A_1 – амплитуда, подлежащая дальнейшему определению.

В среде без потерь, когда $\varepsilon = 0$ уравнения (6) определяют положение рабочего тела m_1 в системе отсчета K_C [1, 8]:

$$\begin{aligned} x_{1C} &= A_1 \cos \varphi_{1C} = A_1 \cos(\varphi_{21} + \pi) = -A_1 \cos \varphi_{21}; \\ y_{1C} &= A_1 \sin \varphi_{1C} = A_1 \sin(\varphi_{21} + \pi) = -A_1 \sin \varphi_{21}, \end{aligned} \quad (7)$$

начало координат которой связано с ЦМ C МС2, и с которым в этом случае совпадает центр O ИД, где $A_1 = \tilde{m}_2 R / (m_1 + \tilde{m}_2)$.

Импульс и уравнение движения

С учетом (2) импульс МС2, например при $\dot{x}_{C,O} = 0, \dot{y}_{C,O} = 0$, можно определить в виде:

$$\begin{aligned} p_x &= m_1 \dot{x}_1 + \tilde{m}_2 \dot{x}_2 = (m_1 + \tilde{m}_2) \dot{x}_{1C,O} - \tilde{m}_2 R \omega_{21} \sin \varphi_{21}; \\ p_y &= m_1 \dot{y}_1 + \tilde{m}_2 \dot{y}_2 = (m_1 + \tilde{m}_2) \dot{y}_{1C,O} + \tilde{m}_2 R \omega_{21} \cos \varphi_{21}, \end{aligned} \quad (8)$$

где первое слагаемое позволяет определить проекцию силы инерции $\vec{\Phi}_1$ МС2 как целой ($m = m_1 + \tilde{m}_2$) на ось x и y системы отсчета K_O при $\varepsilon \neq 0$ или системы отсчета K_C при $\varepsilon = 0$:

$$\begin{aligned} \Phi_{1x} &= -\frac{d}{dt} (m_1 + \tilde{m}_2) \dot{x}_{1C,O} = -(m_1 + \tilde{m}_2) \ddot{x}_{1C,O}; \\ \Phi_{1y} &= -\frac{d}{dt} (m_1 + \tilde{m}_2) \dot{y}_{1C,O} = -(m_1 + \tilde{m}_2) \ddot{y}_{1C,O}. \end{aligned} \quad (9)$$

Второе слагаемое можно рассматривать как проекцию относительной силы инерции $\Phi_{21} = \tilde{m}_2 R \omega_{21}^2$ рабочего тела \tilde{m}_2 в системе отсчета K_1 на оси x и y системы отсчета $K_{O,C}$:

$$\begin{aligned} \Phi_{21x} &= \frac{d}{dt} \tilde{m}_2 R \sin \varphi_{21} = \tilde{m}_2 R \omega_{21}^2 \cos \varphi_{21}; \\ \Phi_{21y} &= \frac{d}{dt} \tilde{m}_2 R \cos \varphi_{21} = \tilde{m}_2 R \omega_{21}^2 \sin \varphi_{21}. \end{aligned} \quad (10)$$

Суммируя силы инерции $\vec{\Phi}_1$ (9) и $\vec{\Phi}_{21}$ (10) и внешнюю диссипативную силу \vec{F}_1 (5) с учетом того, что, в соответствии с третьим законом Ньютона, реакции \vec{R}_{12} и \vec{R}_{21} связи R образуют уравновешенную систему сил $\vec{R}_{12} + \vec{R}_{21} = 0$, принцип Даламбера в проекциях на оси координат x и y системе отсчета $K_{O,C}$ можно записать в виде

$$\Phi_{1x} + \Phi_{21x} + F_{1x} = 0; \quad \Phi_{1y} + \Phi_{21y} + F_{1y} = 0, \quad (11)$$

где

$$F_{1x} = -\mu_1 \dot{x}_{1O,C}; \quad F_{1y} = -\mu_1 \dot{y}_{1O,C} \quad (12)$$

– проекции диссипативной силы $\vec{F}_1 = \mu_1 \vec{v}_1$ (5) на оси x и y системы отсчета $K_{O,C}$ при $\dot{\vec{r}}_{C,O} = d\vec{r}_{C,O} / dt = 0$.

Действие относительной силы инерции $\vec{\Phi}_{21}$ (10) посредством связи R на МС2 как целую с приведенной массой $m = m_1 + \tilde{m}_2$ вызывает ее силу инерции $\vec{\Phi}_1$ (9). Это действие в системе отсчета K можно рассматривать как внешнее $\vec{F}_{21} = \vec{\Phi}_{21}$ и влияющее на движение МС2. Тогда

ее уравнение движения в системе отсчета K (в форме второго закона Ньютона) можно получить посредством переноса силы инерции $\vec{\Phi}_1$ (9) в принципе Даламбера (13) в левую часть. После переноса получим

$$(m_1 + \tilde{m}_2) \frac{d}{dt} \vec{v}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_1, \quad (13)$$

где $\vec{v}_1 = d\vec{r}_1 / dt$ – абсолютная скорость опорного тела m_1 в системе отсчета K , полученная дифференцированием радиуса-вектора \vec{r}_1 (2) по времени t . Например, при $\vec{F}_1 = 0$ угол $\varepsilon = 0$ и уравнение (13) при $\dot{\vec{r}}_{C,O} = d\vec{r}_{C,O} / dt = 0$ имеет решение (7), для которого рабочее тело m_1 будет совершать вращательное движение относительно ЦМ C , а опорное тело \tilde{m}_2 относительно рабочего тела m_1 по общей траектории s , показанной на рис. 1, б штрих-пунктиром. Даже при незначительной по величине диссипативной силе $\vec{F}_1 \neq 0$ угол $\varepsilon \neq 0$, МС2 не согласована (силы инерции $\vec{\Phi}_1$ (9) и $\vec{\Phi}_{21}$ (10) не образуют уравновешенную систему сил), и относительная сила инерции $\vec{\Phi}_{21}$ как внешняя $\vec{F}_{21} = \vec{\Phi}_{21}$ через связь R будет оказывать существенное влияние на абсолютное движение этой МС2 как на целую с массой $m = m_1 + \tilde{m}_2$, что в явном виде не следует из классического уравнения движения (1), где влияние сил инерции относительного движения $\vec{\Phi}_{21}$ (10) учтено в суммарном импульсе \vec{p} (8) МС2 импульсом относительного движения $\vec{p}_1 = -\tilde{m}_2 \vec{R} \omega_{21}$ рабочего \tilde{m}_2 в системе отсчета K_1 . Таким образом, уравнение (13) есть разновидность уравнения (1), которое наиболее удобно для динамического анализа МС.

Дальнейшее преобразование (13) дает следующие неоднородные дифференциальные уравнения движения МС2 в системе отсчета K :

$$\ddot{x}_1 + 2\gamma_1 \dot{x}_1 = a\dot{\varphi}_{21}^2 \cos \varphi_{21}; \quad \ddot{y}_1 + 2\gamma_1 \dot{y}_1 = a\dot{\varphi}_{21}^2 \sin \varphi_{21}, \quad (14)$$

где $a\omega_{21}^2 = \frac{\Phi_{21y}}{m_1 + m_2}$; $a = \tilde{m}_2 R / (m_1 + \tilde{m}_2)$; $\gamma_1 = \mu_1 / [2(m_1 + \tilde{m}_2)]$ – коэффициент затухания движения опорного тела m_1 . Каждому из уравнений (14) по физическому смыслу аналогично уравнение вибратора (1.1), которое без вывода и ссылок приведено в работе [4].

Методика определения угла ε и координат x_O, y_O центра O ИД

Общее решение неоднородных дифференциальных уравнений вида (14) есть сумма его частного и общего решений [8]. Частное решение неоднородных дифференциальных уравнений (14) в системе отсчета K_C (при $\varepsilon = 0$) или в системе отсчета K_C (при $\varepsilon \neq 0$) будем искать в виде (6).

Для определения входящих в (6), амплитудного коэффициента A_1 и угла ε представим уравнения (14) в комплексной форме

$$\ddot{q}_1 + 2\gamma_1 \dot{q}_1 = a\omega_{21}^2 \exp j\omega_{21}t. \quad (15)$$

Решение комплексного уравнения (15) будем искать в виде

$$q_1 = B_1 \exp j\omega_{21}t, \quad (16)$$

где B_1 – комплексная амплитуда, подлежащая определению.

Дифференцирование (16) по времени t дает

$$\dot{q}_1 = jB_1\omega_{21} \exp j\omega_{21}t; \quad \dot{q}_1 = -B_1\omega_{21}^2 \exp j\omega_{21}t. \quad (17)$$

Подстановка (17) в уравнение (15) сводит его к виду

$$-B_1\omega_{21}^2 + 2j\gamma_1 B_1\omega_{21} = a\omega_{21}^2. \quad (18)$$

Из (18) комплексную амплитуду можно выразить в виде

$$B_1 = \frac{a\omega_{21}^2}{-\omega_{21}^2 + 2j\gamma_1\omega_{21}} = \frac{a}{\sqrt{1+\xi^2}}(-\omega_{21}^2 - j2\gamma_1\omega_{21}) = A_1 \exp(j\varphi), \quad (19)$$

которая находится в III четверти ее комплексной плоскости.

С учетом того, что амплитуда B_1 (19) лежит в III четверти ее комплексной плоскости, ее модуль A_1 и фазу φ можно определить следующим образом:

$$A_1 = \frac{a}{\sqrt{1+\xi^2}}; \quad \varphi = \pm\pi + \varepsilon; \quad \varepsilon = \arctg \frac{b}{a} = \arctg \xi, \quad (20)$$

где $\xi = 2\gamma_1 / \omega_{21}$ – диссипативный параметр; знак «+» или «-» соответствует равноценным по результату положительному и отрицательному отсчету угла φ ; $a = -\omega_{21}^2$; $b = -2\gamma_1\omega_{21}$.

Подстановка (19) в (16) для положительного отсчета угла $\varphi = \varphi_{10} = \pi + \varepsilon$ при $\varphi_{21} = 0$ (см. рис. 1, б) дает

$$q_1 = A_1 \exp j\omega_{21}t \exp(j\varphi) = -A_1[\cos(\omega_{21}t + \varepsilon) + j \sin(\omega_{21}t + \varepsilon)]. \quad (21)$$

Действительная часть $\text{Re } q$ (21) является частным решением дифференциальных уравнений (14): в виде (6) для $\varepsilon \neq 0$ или (7) для $\varepsilon = 0$.

Согласно (20) угол ε зависит как от коэффициента сопротивления μ_1 , входящего в коэффициент затухания γ_1 (14) так и от собственных параметров (m_1 , \tilde{m}_2 и ω_{21}) МС2.

Далее были записаны общие решения

$$x_{1e}(t) = C_{1x} + C_{2x} \exp(-2\gamma_1 t); \quad y_{1e}(t) = C_{1y} + C_{2y} \exp(-2\gamma_1 t) \quad (22)$$

однородных дифференциальных уравнений:

$$\ddot{x}_1 + 2\gamma_1 \dot{x}_1 = 0; \quad \ddot{y}_1 + 2\gamma_1 \dot{y}_1 = 0, \quad (23)$$

характеризующие переносную часть движения МС2 вместе с центром O ИД или ЦМ C МС2 в системе отсчета K .

Сумма решений (6) и (22) дает общие решения дифференциальных уравнений (14) в системе отсчета K в виде:

$$\begin{aligned}
 x_1(t) &= C_{1x} + C_{2x} \exp(-2\gamma_1 t) - A_1 \cos(\omega_{21} t + \varepsilon); \\
 \dot{x}_1(t) &= -2C_{2x} \gamma_1 \exp(-2\gamma_1 t) + A_1 \omega_{21} \sin(\omega_{21} t + \varepsilon); \\
 y_1(t) &= C_{1y} + C_{2y} \exp(-2\gamma_1 t) - A_1 \sin(\omega_{21} t + \varepsilon); \\
 \dot{y}_1(t) &= -2C_{2y} \gamma_1 \exp(-2\gamma_1 t) - A_1 \omega_{21} \cos(\omega_{21} t + \varepsilon).
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

Для начальных условий $x_1(t=0) = 0$, $\dot{x}_1(t=0) = 0$ и $y_1(t=0) = 0$, $\dot{y}_1(t=0) = 0$ из (24) найдем:

$$\begin{aligned}
 C_{1x} &= A_1 \left(\cos \varepsilon - \frac{\omega_{21}}{2\gamma_1} \sin \varepsilon \right); C_{2x} = A_1 \frac{\omega_{21}}{2\gamma_1} \sin \varepsilon; \\
 C_{1y} &= A_1 \left(\sin \varepsilon + \frac{\omega_{21}}{2\gamma_1} \cos \varepsilon \right); C_{2y} = -A_1 \frac{\omega_{21}}{2\gamma_1} \cos \varepsilon.
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

Подставив (25) в (24), получим общее решение неоднородных дифференциальных уравнений (14):

$$\begin{aligned}
 x_1(\varphi_{21}) &= A_1 \left(\cos \varepsilon - \frac{\omega_{21}}{2\gamma_1} (1 - \exp(-\frac{2\gamma_1}{\omega_{21}} \varphi_{21})) \sin \varepsilon - \cos(\varphi_{21} + \varepsilon) \right); \\
 \dot{x}_1(\varphi_{21}) &= -A_1 \omega_{21} \left(\exp(-\frac{2\gamma_1}{\omega_{21}} \varphi_{21}) \sin \varepsilon - \sin(\varphi_{21} + \varepsilon) \right); \\
 y_1(\varphi_{21}) &= A_1 \left(\sin \varepsilon + \frac{\omega_{21}}{2\gamma_1} (1 - \exp(-\frac{2\gamma_1}{\omega_{21}} \varphi_{21})) \cos \varepsilon - \sin(\varphi_{21} + \varepsilon) \right); \\
 \dot{y}_1(\varphi_{21}) &= A_1 \omega_{21} \left(\exp(-\frac{2\gamma_1}{\omega_{21}} \varphi_{21}) \cos \varepsilon - \cos(\varphi_{21} + \varepsilon) \right).
 \end{aligned}
 \tag{26}$$

Координаты и скорость ЦМ C МС2 в системе отсчета K можно определить по формулам:

$$\begin{aligned}
 x_C &= \frac{m_1 x_1 + \tilde{m}_2 x_2}{m_1 + \tilde{m}_2}; y_C = \frac{m_1 y_1 + \tilde{m}_2 y_2}{m_1 + \tilde{m}_2}; \\
 \dot{x}_C &= \frac{m_1 \dot{x}_1 + \tilde{m}_2 \dot{x}_2}{m_1 + \tilde{m}_2}; \dot{y}_C = \frac{m_1 \dot{y}_1 + \tilde{m}_2 \dot{y}_2}{m_1 + \tilde{m}_2},
 \end{aligned}
 \tag{27}$$

где координаты x_2, y_2 и скорости \dot{x}_2, \dot{y}_2 определены выражениями (2).

Траектории движения s_1, s_2 и s_C опорного m_1 , рабочего m_2 тел и ЦМ C МС2 в системе отсчета K , рассчитанные по решениям (26) и формулам (2) и (27) при $\mu_1 = 3,77; \infty; 0$ Н·с/см, показаны на рис. 2.

Координаты центра O ИД можно определить из решений (26) в виде:

$$\begin{aligned}
 x_O(\varphi_{21}) &= A_1 \left(\cos \varepsilon - \frac{\omega_{21}}{2\gamma_1} (1 - \exp(-\frac{2\gamma_1}{\omega_{21}} \varphi_{21})) \sin \varepsilon \right); \\
 y_O(\varphi_{21}) &= A_1 \left(\sin \varepsilon + \frac{\omega_{21}}{2\gamma_1} (1 - \exp(-\frac{2\gamma_1}{\omega_{21}} \varphi_{21})) \cos \varepsilon \right).
 \end{aligned}
 \tag{28}$$

Образование ИД (рис. 2) за малый интервал времени $dt \rightarrow 0$ при $\mu_1 = 3,77 \text{ Н}\cdot\text{с}/\text{см}$ соответствует представлению о мгновенной передаче взаимодействий в классической механике. Координаты центра O ИД в системе отсчета K при $dt \rightarrow 0$ составляют $x_O = \cos \varepsilon = 0,707 \text{ см}$ и $y_O = \sin \varepsilon = 0,707 \text{ см}$, где угол ε равен $\varepsilon = 45^\circ$.

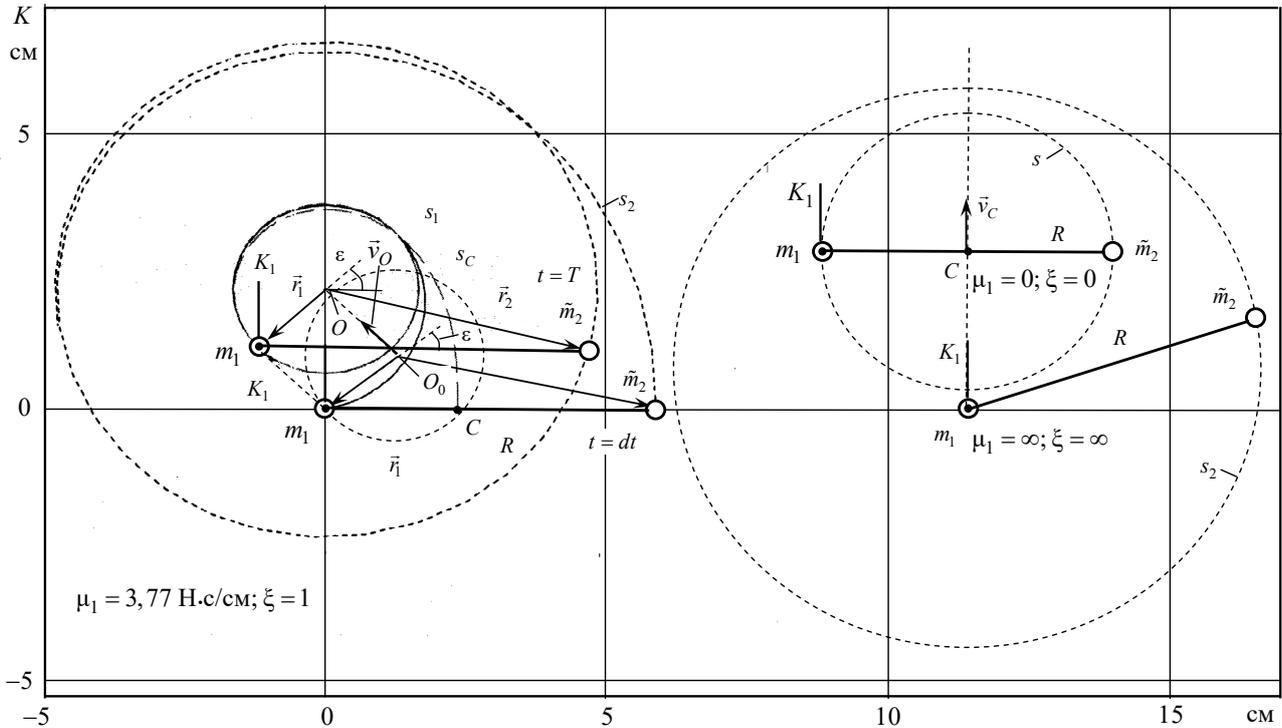


Рис. 2. Движение МС2 в системе отсчета K для различных значений μ_1

Согласно (28) центр O ИД при $\varphi_{21} \gg \pi$ дрейфует по затухающему закону из положения O_0 в положение O со скоростью $v_O = \sqrt{\dot{x}_O^2 + \dot{y}_O^2}$ (рис. 2), где скорости \dot{x}_O и \dot{y}_O можно определить дифференцированием выражений (28) по времени t . При этом опорное m_1 и рабочее \tilde{m}_2 тела, а также их ЦМ C будут двигаться по спиральным траекториям s_1, s_2 и s_C в стационарное состояние при $\omega_{21} = \text{const}$ ($\omega_{21} = \text{const}$ принято при условии того, что потери механической энергии у МС3 компенсируются внутренним моментом M).

При $\mu_1 = \infty$ рабочее тело \tilde{m}_2 будет совершать движение по окружности s_2 относительно неподвижного опорного тела m_1 , а при $\mu_1 = 0$ движение тел m_1 и \tilde{m}_2 будет совершаться относительно их ЦМ C , который движется с постоянной скоростью $\vec{v}_C = \text{const}$, как показано на рис. 2.

Динамический анализ МС3 проведем для времени действия $0 \leq t < t_1$ – вращательного перемещения рабочих тел m_2 из положения x_{21} в положение x_{22} , (рис. 1, а) и времени последующего затухающего движения МС3 как целой после абсолютно неупругого уравновешенного встречного удара рабочих тел m_2 в положении x_{22} , ортогонального оси x системы отсчета K .

Движение МСЗ во время действия

Поступательное движение опорного тела m_1 МСЗ вместе с системой отсчета K_1 по траектории $x_1(\varphi_{21})$ (рис. 3, а и рис. 4, а) будем рассматривать как проекцию вращательного перемещения опорного тела m_1 МС2 (рис. 1, б) на ось x системы отсчета K .

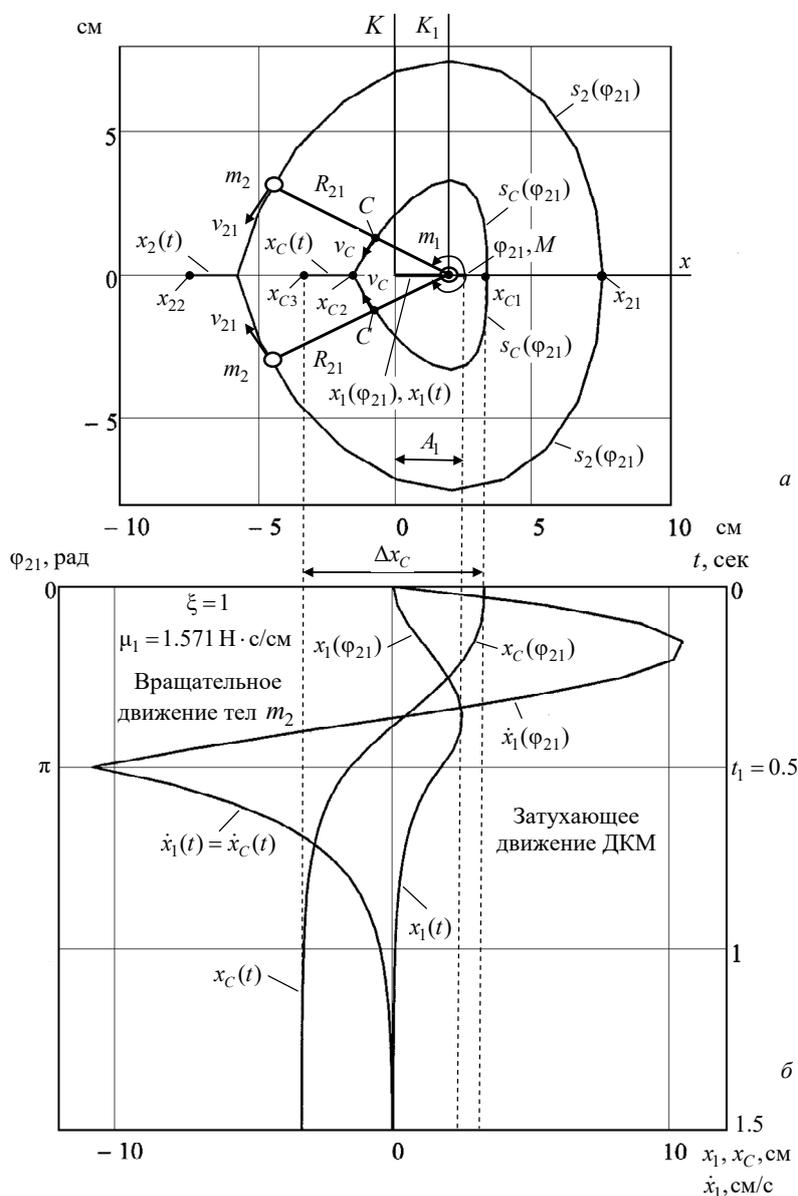


Рис. 3. Кинематические характеристики МСЗ:

а) траектории движения опорного m_1 и рабочего m_2 тел; б) графики положения x_1 и скорости \dot{x}_1 опорного тела m_1 МСЗ, а также положения x_c ее ЦМ C за время действия и последействия $0 \leq t \leq 1,5$ с при $\xi = 1$ ($\mu_1 = 1,571 \text{ Н} \cdot \text{с}/\text{см}$)

Положения $x_1(\varphi_{21})$ и скорость $\dot{x}_1(\varphi_{21})$ опорного тела m_1 , а также положения x_c ЦМ C рассчитаны по решениям (26) и формулам (2) и (27) для различных фиксированных углов

$\varphi_{21} = \omega_{21}t$ поворота рабочих тел m_2 за время действия $0 \leq t < t_1$ с ($t_1 = 0,5$ с). Их графики для диссипативного параметра $\xi = 1$ (20) (сопротивления среды $\mu_1 = 1,57$ Н·с/см) показаны на рис. 3, б, а для $\xi = 6,367 \cdot 10^{-13}$ ($\mu_1 = 1 \cdot 10^{-12}$ Н·с/см) – на рис. 4, б. Расчет произведен при собственных параметрах образца МСЗ: $m_1 = 0,14$ кг; $\tilde{m}_2 = 2m_2 = 0,11$ кг; $R_{21} = 7,5$ см и в последующем неизменны.

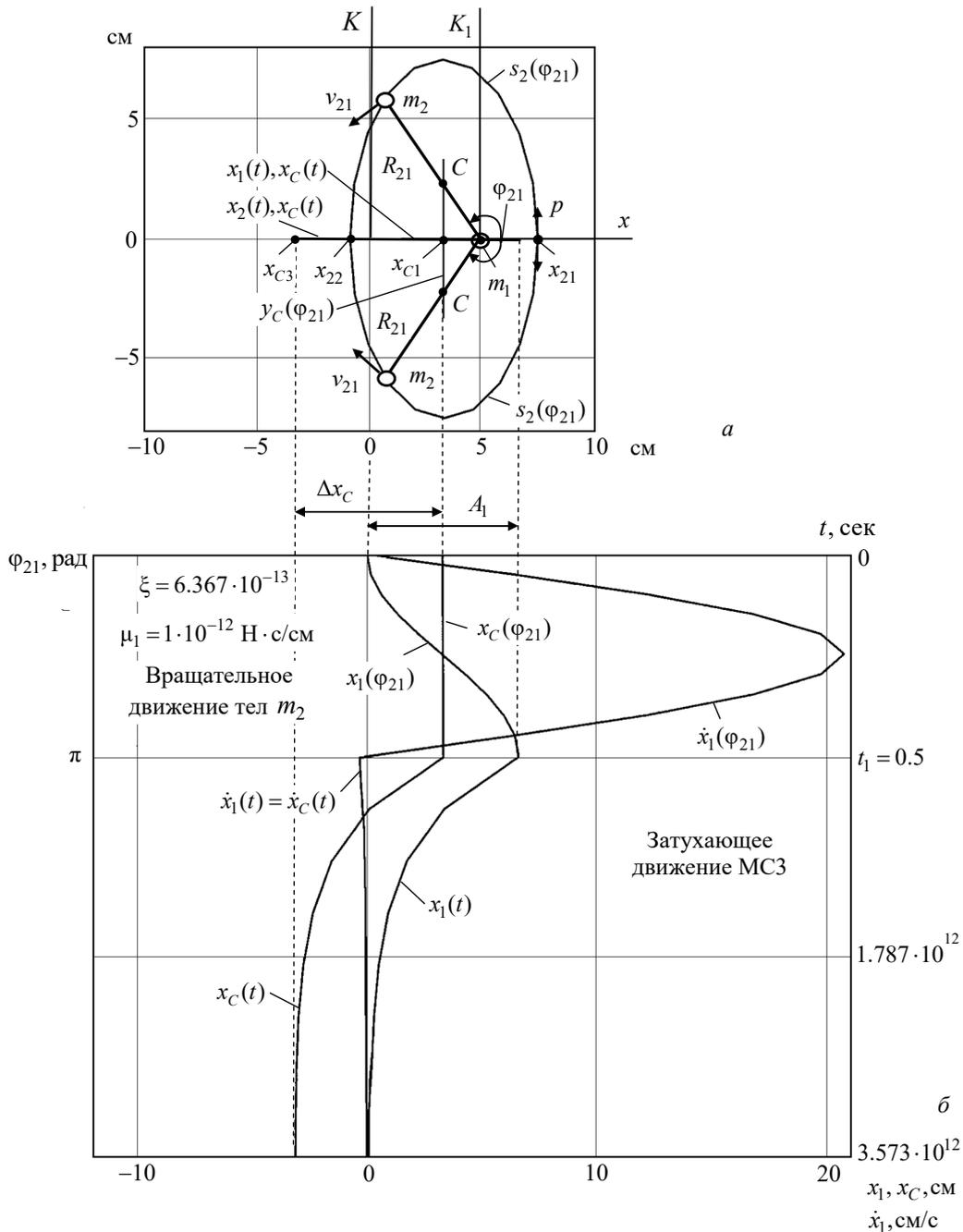


Рис. 4. Кинематические характеристики МСЗ:

а) траектории движения опорного m_1 и рабочего m_2 тел; б) графики положения x_1 и скорости \dot{x}_1 опорного тела m_1 МСЗ, а также положения x_C ее ЦМ C за время действия и последействия $0 \leq t \leq 3,573 \cdot 10^{12}$ с при $\xi = 6,367 \cdot 10^{-13}$ ($\mu_1 = 1 \cdot 10^{-12}$ Н·с/см)

Затухающее движение МСЗ для времени последействия

Так как при повороте рабочих m_2 на угол $\varphi_{21} = \omega_{21}t_1 = \pi$ происходит их мгновенное торможение в виде абсолютно неупругого встречного удара с линией удара ортогональной оси x , то угловая скорость ω_{21} их вращательного перемещения при $\varphi_{21} = \pi$ обратится в нуль ($\omega_{21} = 0$). В результате этого во время последействия $t \geq t_1$ МСЗ будет совершать совместно с ее ЦМ C в системе отсчета K затухающее поступательное движение по инерции по траектории $x_1(t)$ (рис. 3, а и рис. 4, а) как единое целое со скоростью

$$\dot{x}_1(t) = \dot{x}_2(t) = \dot{x}_C(t). \quad (29)$$

В общем случае затухающее движение МСЗ во время последействия $t \geq t_1$ описывается однородным уравнением (26) с решениями:

$$x_1(t) = C_1 + C_2 \exp(-2\gamma_1(t - t_1)); \quad x_C(t) = C_3 + C_2 \exp(-2\gamma_1(t - t_1)). \quad (30)$$

Дифференцирование $dx_1(t)/dt$ и $dx_C(t)/dt$ (30) по времени t определяет равенство (29) как

$$\dot{x}_1(t) = \dot{x}_C(t) = -2C_2\gamma_1 \exp(-2\gamma_1(t - t_1)). \quad (31)$$

Для определения коэффициентов $C_1 - C_3$ представим решения (30) и (31) при $t = t_1$ в виде:

$$x_1(t_1) = x_1(\alpha) = C_1 + C_2; \quad x_C(t_1) = x_C(\alpha) = C_3 + C_2; \quad \dot{x}_1(t) = \dot{x}_C(t_1) = \dot{x}_C(\alpha) = -2C_2\gamma_1, \quad (32)$$

где начальное положение $x_1(\alpha)$ основания m_1 , а также начальное положение $x_C(\alpha)$ и начальная скорость $\dot{x}_C(\alpha)$ ЦМ C определены решениями (26) и формулами (2) и (27) для поворота рабочих тел m_2 на угол $\varphi_{21} = \omega_{21}t_1 = \alpha = \pi$.

Из (32) получим:

$$C_1 = x_1(\alpha) + \dot{x}_C(\alpha) / 2\gamma_1; \quad C_2 = -\dot{x}_C(\alpha) / 2\gamma_1; \quad C_3 = x_C(\alpha) + \dot{x}_C(\alpha) / 2\gamma_1. \quad (33)$$

Подстановка (33) в (30) и (31) дает:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x_1(\alpha) + \frac{\dot{x}_C(\alpha)}{2\gamma_1} [1 - \exp(-2\gamma_1(t - t_1))]; \quad \dot{x}_1(t) = \dot{x}_C(t) = \dot{x}_C(\alpha) \exp(-2\gamma_1(t - t_1)); \\ x_C(t) &= x_C(\alpha) + \frac{\dot{x}_C(\alpha)}{2\gamma_1} [1 - \exp(-2\gamma_1(t - t_1))], \end{aligned} \quad (34)$$

где $t \geq t_1$.

Значения $x_1(\alpha)$, $x_C(\alpha)$ и $\dot{x}_C(\alpha)$, рассчитанные по решениям (26) и формулам (2) и (27) при $t_1 = 0,5$ с, $\alpha = \pi$ и $\xi = 1$, составляют: $x_1(\pi) = 1,72$ см, $x_C(\pi) = -1,58$ см и $\dot{x}_C(\pi) = -10,82$ см/с для

рис. 3, б, а при $\xi_{\pi}=6,367 \cdot 10^{-13}$: $x_1(\pi)=6,6$ см, $x_C(\pi)=3,3$ см и $\dot{x}_C(\pi)=-2,64 \cdot 10^{-11}$ см/с для рис. 4, б.

Графики положения $x_1(t)$ и скорости $\dot{x}_1(t)$ основания m_1 МСЗ, а также положения $x_C(t)$ ее ЦМ C в системе отсчета K для времени последствия $t_1 \leq t \leq 1,5$ с ($t_1 = 0,5$ с) показаны на рис. 3, б, а для времени последствия $t_1 \leq t \leq 3,573 \cdot 10^{12}$ – на рис. 4, б. Они рассчитаны по решениям (37) для двух значений диссипативного параметра ξ (23): $\xi = 1$ (для сопротивления среды $\mu_1 = 1,571$ Н·с/см, рис. 3, б) и $\xi = 6,367 \cdot 10^{-13}$ (для сопротивления среды $\mu_1 = 1 \cdot 10^{-12}$ Н·с/см, рис. 4, б) при ранее заданных собственных параметрах МСЗ.

Эффект смещения центра масс

Согласно графикам, показанным на рис. 3, б и рис. 4, б, абсолютное смещение Δx_C ЦМ C МСЗ в системе отсчета K , за общее время $0 \leq t \leq 3,5$ с действия $0 \leq t < 0,5$ с и последствия $0,5 \leq t \leq 3,5$ с для рис. 3, б, а также за общее время $0 \leq t \leq 3,573 \cdot 10^{12}$ с действия $0 \leq t < 0,5$ с и последствия $0,5 \leq t \leq 3,573 \cdot 10^{12}$ с для рис. 4, б составляет [3, 5–7]

$$\Delta x_C = x_{C3} - x_{C1} = \Delta x_e + \Delta x_r, \quad (35)$$

где $\Delta x_r = -a(1 - \cos \alpha)$ – относительное смещение ЦМ в системе отсчета K_1 за время действия $0 \leq t < 0,5$ с, где знак «минус» указывает на направление смещения (в сторону отрицательных значений положений x_C ЦМ); $\Delta x_e = x_{C3} - x_{C2}$ – переносное смещение ЦМ в системе отсчета K за время последствия $0,5 \leq t \leq 3,5$ с для рис. 3, б и $0,5 \leq t \leq 3,573 \cdot 10^{12}$ с для рис. 4, б, равное смещению $\Delta x_e = \Delta x_1$ опорного тела m_1 в системе отсчета K для этих времен последствия.

Смещение Δx_C (35) ЦМ для любого из углов $\alpha = \varphi_{21}$ поворота рабочих тел m_2 , составляющее $0 \leq \alpha \leq \pi$, не зависит от коэффициента сопротивления $0 \leq \mu_1 \leq \infty$ диссипативной среды движению опорного тела m_1 и остается постоянным $\Delta x_C = \Delta x_r = -a(1 - \cos \alpha) = \text{const}$ [3, 5–7].

Возможность сохранения постоянного смещения $\Delta x_C = \text{const}$ (35) ЦМ МСЗ при $0 \leq \xi \leq \infty$ обеспечивается вкладом диссипативного угла $\varepsilon = \arctg(\xi)$ (20) в запаздывание $\varphi = \varphi_{10} - \varphi_{21} = \pi + \varepsilon$ (4) фазы $\varphi_{10} = \varphi_{21} + \pi + \varepsilon$ вращательного движения опорного тела m_1 относительно фазы φ_{21} рабочего тела m_2 . Он обеспечивает начальное отрицательное значение скорости $\dot{x}_1(\varphi_{21} = \pi) = \dot{x}_C(\varphi_{21} = \pi) < 0$ опорного тела m_1 при последствии, как для $\varphi_{21} = \alpha = \pi$ показано на рис. 3, б и г, для которого выполняется условие

$$x_1(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[x_1(\alpha) + \frac{\dot{x}_C(\alpha)}{2\gamma_1} [1 - \exp(-2\gamma_1(t - t_1))] \right] = x_1(\alpha) + \frac{\dot{x}_C(\alpha)}{2\gamma_1} = 0; \quad \xi \geq \xi_{\pi}, \quad (36)$$

полученное при $t \rightarrow \infty$ из (34). Согласно (36) для всех $\xi \geq \xi_{\pi}$ значение смещения $\Delta x_C = \text{const}$, где ξ_{π} – некоторое пороговое значение диссипативного параметра ξ (20) меньше которого ($\xi < \xi_{\pi}$) смещение $\Delta x_C \neq \text{const}$.

Физически условие (36) выражает то, что основание m_1 при $t \rightarrow \infty$ асимптотически стремится к его начальному положению (началу координат системы отсчета K), определенному в момент времени $t = 0$ (см. рис. 3, б и рис. 4, б), что не противоречит выводам работ [3, 5–7, 9]. При этом $\Delta x_1 = 0$ и $\Delta x_C = -a(1 - \cos \alpha) = \text{const}$ (35) согласно работам [3, 5–7].

Факт асимптотического стремления основания m_1 при $t \rightarrow \infty$ к его начальному положению $x_1(0)$ при $t = 0$ можно подтвердить непосредственным интегрированием по времени t от 0 до ∞ импульса МС2 (8) (вне зависимости как движутся ее массы, например, рабочее тело m_2 , когда угловая скорость $\omega_{21} \neq \text{const}$, например, в [3])

$$dp_x / dt = -\gamma_1 \dot{x}_1; \int_0^{\infty} \frac{dp_x}{dt} dt = -\gamma_1 \int_0^{\infty} \dot{x}_1 dt. \quad (37)$$

Так как скорость ЦМ C МС3 при $t = 0$ и ∞ равна $\bar{v}_C = 0$, то $0 = p_x(\infty) - p_x(0) = -\gamma_1(x_1(\infty) - x_1(0))$. Следовательно $x_1(\infty) = x_1(0)$, что согласуется с работой [9] и смещение $\Delta x_C = \text{const}$ (35), так как при $0 < \mu_1 \leq \infty$ всегда $\Delta x_e = \Delta x_1 = 0$.

Интегральное решение (37) не позволяет анализировать характер движения опорного тела m_1 внутри интервала времени $0 \leq t \leq \infty$, что не обеспечивает возможность определения порогового значения $\xi_{\text{п}}$ диссипативного параметра ξ (20).

Для нахождения порогового значения $\xi_{\text{п}}$ было проведено математическое моделирование смещения Δx_C (35) как функции от коэффициента сопротивления μ_1 , определяющего коэффициент затухания $\gamma_1 = \mu_1 / [2(m_1 + \tilde{m}_2)]$ (14) и диссипативный параметр $\xi = 2\gamma_1 / \omega_{21}$ (20). Моделирование проводилось в следующем порядке.

Значение коэффициента сопротивления μ_1 итерационно уменьшалось от ∞ до 0. Для каждого итерационного значения по решению (26) для $x_1(\varphi_{21})$ и формуле (27) для $\dot{x}_C(\varphi_{21})$ рассчитывались начальные значения $x_1(\alpha)$ и $\dot{x}_C(\alpha)$, входящие в (34), для поворотов рабочих тел m_2 на угол $\alpha = \pi; 3\pi/4; \pi/2; \pi/4; \pi/12$.

На каждой итерации и рассчитанных начальных значений $x_1(\alpha)$ и $\dot{x}_C(\alpha)$ регистрировалось, когда рассчитанное из (34) при $t \rightarrow \infty$ положение $x_1(t)$ опорного тела m_1 становилось отличным от нуля $x_1(t) \neq 0$ (чему в (35) соответствует $\Delta x_1 \neq 0$ и $\Delta x_C \neq \text{const}$). Если на текущей итерации для рассматриваемого угла $\alpha = \pi; 3\pi/4; \pi/2; \pi/4; \pi/12$ значение $x_1(t) \neq 0$, то для этого угла α значению μ_1 присваивается значение порогового сопротивления предыдущей итерации $\mu_1 = \mu_{1\text{пор}}$, по которому рассчитываются пороговые значения $\gamma_{1\text{п}} = \mu_{1\text{п}} / [2(m_1 + \tilde{m}_2)]$ и $\xi_{\text{п}} = 2\gamma_{1\text{п}} / \omega_{21}$ для этого угла α .

Результаты математического моделирования иллюстрируются графиками, показанными на рис. 5.

Уровни постоянного смещения $\Delta x_C = \text{const}$ как функции от диссипативного параметра ξ составляют:

– для $\alpha = \pi$:

$\Delta x_C = -6,6 \text{ см} = \text{const}$ (см. рис. 5) в интервале $\xi_{\text{п}} \leq \xi \leq \infty$, где $\xi_{\text{п}} = 6,367 \cdot 10^{-13}$ за общее время $0 \leq t \leq 1,5 \text{ с}$ (для рис. 3, б) и $0 \leq t \leq 3,543 \cdot 10^{12} \text{ с}$ (для рис. 4, б);

– для $\alpha = 3\pi/4; \pi/2; \pi/4; \pi/12$ (рис. 5):

$\Delta x_C = -5,633; -3,3; -0,967; -0,112$ см = const (рис. 5) в интервале $\xi_{\Pi} \leq \xi \leq \infty$, где $\xi_{\Pi} = 1 \cdot 10^{-3}$ за общее время $0 \leq t \leq 2 \cdot 10^3$ с.

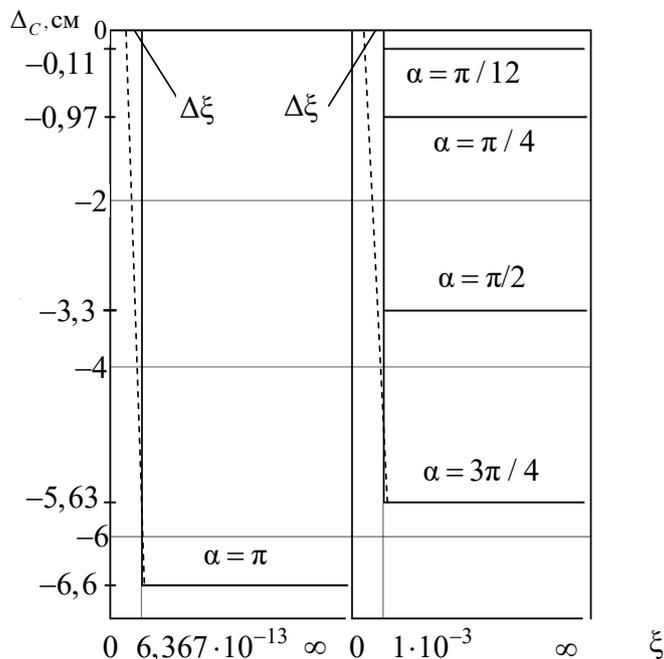


Рис. 5. Графики смещения Δx_C ЦМ МСЗ для фиксированных углов α как функций от диссипативного параметра $\xi = f(\mu_1)$ для вариации $0 \leq \mu_1 \leq \infty$

Смещение Δx_C ЦМ за малый интервал $\Delta \xi$ уменьшения параметра ξ : $\Delta \xi = 0,061 \cdot 10^{-13}$ (для $\alpha = \pi$) и $\Delta \xi = 0,084 \cdot 10^{-4}$ (для $\alpha = 3\pi/4; \pi/2; \pi/4; \pi/12$) линейно стремится $\Delta x_C \rightarrow 0$ (на рис. 5 показано штрих-пунктирной линией).

Уровень наименьшего порогового значения параметра $\xi_{\Pi \min} = 6,367 \cdot 10^{-13}$ и наибольшего смещения $\Delta x_{C \max} = -6,6$ см = const ЦМ наблюдается для угла $\alpha = \pi$ (рис. 3, б и рис. 4, б).

При приближении параметра ξ к пороговому значению $\xi \rightarrow \xi_{\Pi}$ начальная скорость $\dot{x}_1(\varphi_{21}) = \dot{x}_1(\pi)$ по закону $-\sin 2\alpha$ стремится к нулю $\dot{x}_1(\varphi_{21}) = \dot{x}_1(\pi) \rightarrow 0$ (рис. 3, б и рис. 4, б) и за малый интервал $\Delta \xi$ приращения параметра ξ обращается в нуль $\dot{x}_1(\varphi_{21}) = \dot{x}_1(\pi) = 0$. При этом в малом интервале $\Delta \xi$ смещение ЦМ Δx_C стремится $\Delta x_C \rightarrow 0$, а при $\xi_{\Pi} - \Delta \xi$ обращается в нуль $\Delta x_C = 0$ (рис. 5).

Результаты экспериментальных исследований и их анализ

На рис. 6 показан образец МСЗ [3, 5, 7]. На его основании 1 посредством стержней 2 с длиной R_{21} шарнирно установлены два рабочих тела 3 с возможностью их синхронного встречного поворота из положения x_{21} в положение x_{22} на угол $\alpha = \pi$ за время $t_1 = 0,5$ с со средней угловой скоростью $\omega_{21} = \pi / t_1$.

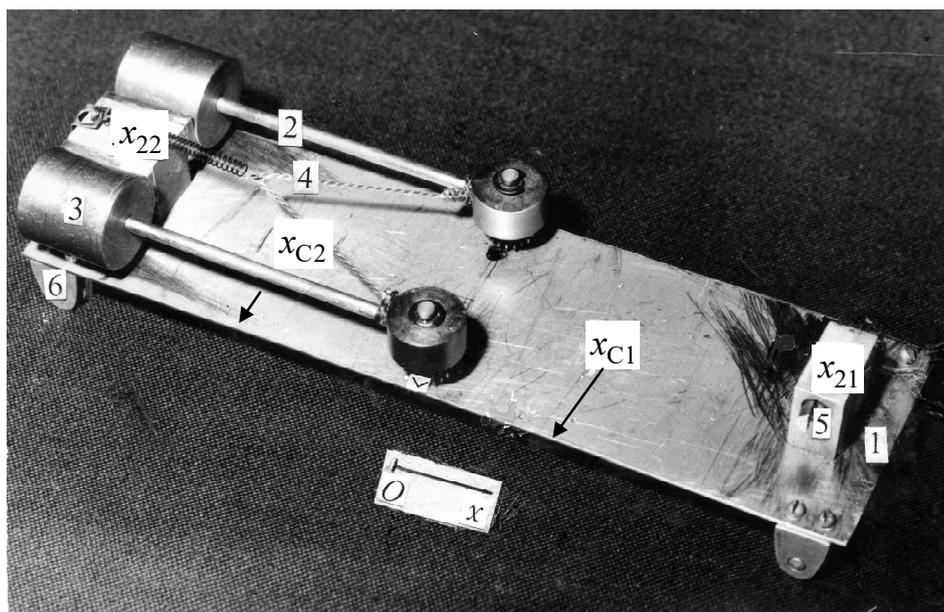


Рис. 6. Положение образца МСЗ в системе отсчета K для времени $t \geq 1,5$ с

Положениям x_{21} и x_{22} рабочих тел 3 соответствуют положения x_{C1} и x_{C2} ЦМ МСЗ в собственной системе отсчета K_1 основания 1. Ее начало координат обозначено знаком « \vee ». Поворот рабочих тел 3 на угол $\alpha = \pi$ осуществляет пружина 4 посредством гибкой связи (нити) через приводные шкивы или же с помощью пружинного ударного устройства 5. Фиксацию рабочих тел 3 в положении x_{21} осуществляют посредством нити, которую в процессе эксперимента пережигают.

В положении x_{22} рабочие тела 3 претерпевают мгновенное торможение, что обеспечивает упор 6, снабженный встроенными в него магнитами с тонкими демпфирующими прокладками. Они обеспечивают абсолютно неупругий встречный удар рабочих тел 3. Основание 1 установлено на сменных опорах 6.

Абсолютное смещение Δx_C ЦМ в неподвижной системе отсчета K оценивалось по формуле

$$\Delta x_C = \Delta x_e + \Delta x_r, \quad (38)$$

где

$$\Delta x_r = x_{C2} - x_{C1} = -a(1 - \cos \alpha) = -2a, \quad (\text{при } \alpha = \pi) \quad (39)$$

– относительное смещение ЦМ (центра тяжести ЦТ) в системе отсчета K_1 основания 1 (рис. 6) для его двух положений x_{C1} и x_{C2} , соответствующим положениям рабочих тел 3 x_{21} и x_{22} ; Δx_e – переносное смещение ЦМ (смещение начала координат « \vee » на рис. 6 собственной системы отсчета K_1 основания 1 в системе отсчета K).

Каждое из двух положений x_{C1} и x_{C2} ЦТ на основании 1 было определено по горизонту основания 1 на подвесе треугольного профиля, проходящего по сечению, одного из этих положений.

Измеренное значение смещения x_e для различных $\xi_{II} \leq \xi \leq \infty$ для времени $t \geq 1,5$ с составило $x_e = 0$ и смещение ЦМ

$$\Delta x_C = \Delta x_r = -6,6 \text{ см (при измеренном } \Delta x_e = 0), \quad (40)$$

что согласуется с его значением, рассчитанным из (39).

Возможность переноса ЦМ на величину $\Delta x_C = -\Delta x_r$ при $\Delta x_e = 0$ подтверждается аналогичным видеозаписью эксперимента [10].

Технические характеристики образца МСЗ и величина смещения Δx_C (38) его ЦМ в системе отсчета K при повороте рабочих m_2 на угол $\alpha = \pi$ для различных опор приведены в таблице.

Технические характеристики образца МСЗ

Параметр	Значение
Масса основания 1, m_1 , кг	0,14
Общая масса рабочих тел 3, \tilde{m}_2 , кг	0,11
Длина стержней, R_{21} , см	7,5
Коэффициент сопротивления, μ_1 , Н·с/см :	
– армированный резиной подшипник качения (латунь-сталь, 4 шт.)	1,571
– жидкостная опора (контактная пара: пенопласт гладкий – вода)	$1 \cdot 10^{-4}$
– газовый подвес с диаметром 200 см и толщиной воздушной подушки в области юбки $\leq 0,1$ мм (контактная пара: оргстекло – воздух)	$< 6,366 \cdot 10^{-13}$
Смещение Δx_C , ЦМ при повороте рабочих тел 3 на угол $\alpha = \pi$ для различных типов опор, см:	
– подшипники скольжения	-6,6
– жидкостная опора	-6,6
– газовая опора	0

Коэффициент сопротивления движению опор μ_1 был определен через измеряемую амплитуду A_1 возвратно-поступательного движения основания 1 и формулу для γ_1 (14) в виде

$$\mu_1 = \dot{\phi}_{21}(\tilde{m}_2 + m_1)(a^2 / A_1^2 - 1). \quad (41)$$

Выражение (41) обеспечивает косвенное измерение коэффициента сопротивления μ_1 движению объектов различной формы, материалов и размеров по амплитуде колебания A_1 этих объектов в газовой или жидкостной среде.

Заключение

Таким образом, показано, что силы инерции $\vec{\Phi}_{21} = \vec{\Phi}_r$ рабочих тел m_2 МС, участвующих в относительном движении (в системе отсчета K_1), оказывают на абсолютное движение (в системе отсчета K) МС как целой с массой $m = m_1 + \tilde{m}_2$ ($\tilde{m}_2 = 2m_2$) действие, эквивалентное внешнему. Это является следствием того, что в диссипативной среде фаза $\varphi_{1O} = \varphi_{21} + \varphi$ движения опорного тела m_1 (в системе отсчета K_O) запаздывает относительно фазы $\varphi_{21} = \omega_{21}t$ взаимодействующего с ним рабочего тела \tilde{m}_2 (в системе отсчета K_1) на угол $\varphi = \varphi_{1O} - \varphi_{21} = \pi + \varepsilon$ (4), учитывающий угол диссипативных потерь ε (23). В среде без потерь $\varepsilon = 0$, угол запаздывания составляет $\varphi = \pi$ (3), МС замкнута, является самосогласованной и удовлетворяет принципу наименьшего действия.

Полученные результаты позволяют обосновать возможность эффективного движения инерциоидов [2, 3, 11–15], а также возможность существенного смещения центра масс [6, 7] в среде с малой диссипацией ($\xi \ll \xi_{\text{п}}$). Для эффективного движения инерциоида Толчина [2] необходимо выбрать угловое ускорение ω_{21} перемещения тел из положения x_{21} в положение x_{22} (рис. 1, а) и обратно так, чтобы пороговое значение обобщенного параметра ξ (22) в первом случае составляло $\xi > \xi_{\text{п}}$, а во втором – $\xi < \xi_{\text{п}}$ или наоборот для движения инерциоида в обратном направлении.

Теоретические выводы статьи согласуются экспериментом Толчина [2], экспериментальными исследованиями МСЗ, результаты которых представлены в работах [3, 5–7], а также видеозаписью эксперимента [11].

Кроме того, на основе полученной математической модели выведено измерительное уравнение (41), обеспечивающее косвенное измерение сопротивления внешней среды в зависимости от величины измеряемой амплитуды колебания основания механической системы, которое может иметь различную форму и размеры. Такое измерение точнее и проще метода Стокса, основанного на гидродинамических методах.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Никитин Н. Н. Курс теоретической механики : учебник. – М. : Высш. шк., 1990. – 607 с.
2. Толчин В. Н. Инерциоид. Силы инерции как источник поступательного движения. – Пермь : Кн. изд., 1977. – С. 89, 90.
3. Савелькаев С. В. Нетрадиционные виды движения : препринт. – Новосибирск : СГГА, 2011. – 48 с.
4. Егоров А. Г., Захарова О. С. Энергетически оптимальное движение вибратора в среде с наследственным законом сопротивления. // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2015. – № 3. – С. 168–176.
5. Савелькаев С. В. Механика. Корреляционная механика механических систем : препринт. – Новосибирск : СГГА, 2013. – 67 с.
6. Савелькаев С. В. Эффект смещения центра масс // ГЕО-Сибирь-2009. Т. 5: Специализированное приборостроение, метрология, теплофизика, микроэлектроника. Ч. 1: сб. матер. V Междунар. научн. конгресса «ГЕО-Сибирь – 2009», 20-24 апреля 2009 г. – Новосибирск: СГГА, 2009. – С. 219–225.
7. Савелькаев С. В. Эффект независимости величины смещения центра масс механической системы от диссипативности внешней среды // Механика машин, механизмов и материалов. – 2011. – № 4 (17). – С. 42–48.
8. Савельев И. В. Основы теоретической физики. Механика и электродинамика : учеб. – М. : Наука, 1991. – Т. 1. – 496 с.
9. Черноусько Ф. Л. Оптимальные периодические движения двухмассовой системы в сопротивляющейся среде // ПММ. – 2008. – Вып. 2, Т. 72. – С. 202–215.

10. Эксперимент с гироскопами [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.mirit.ru/video/008.htm>.
11. Эксперимент Савелькаева [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.mirit.ru/video/008.htm>.
12. Заявка на открытие № ОТ–М –177 (с присоединением к заявке ОТ–12184). Россия. Закономерность инерционной динамики механических систем в диссипативных средах / Савелькаев С. В. – Заявл. 21.07.93. – М. : Акционерное общество «Роснаука».
13. Ким В. Ф., Родионов А. И. О динамике движителя Савелькаева // Вестник СГГА. – 2003. – № 8. – С. 216–219.
14. Шипов Г. И. Теория физического вакуума. – М. : НТ-Центр, 1993. – 362 с.
15. Савелькаев С. В. Теория гравитации. – М. : МЭИ, 1993. – 108 с.

Об авторах

Сергей Викторович Савелькаев – доктор технических наук, профессор кафедры специальных устройств, инноватики и метрологии.

Получено 19.07.2022

© С. В. Савелькаев, 2022

Influence of inertia forces of interacting bodies of mechanical system on its motion in a dissipative medium and features of motion

*S. V. Savelkaev¹**

¹ Siberian State University of Geosystems and Technologies, Novosibirsk, Russian Federation

* e-mail: sergei.savelkaev@yandex.ru

Abstract. At present, the forces of inertia are considered from various points of view. Some consider them fictitious, others - real, that is, capable of influencing the movement of interacting bodies of a mechanical system. Supporters of the latter point of view, for example, Tolchin V.N., who developed in the 1930s. mover (inertoid) and spikes G. I. Shipov, who created the Theory of Physical Vacuum (1993) in his interpretation of the “Paradigm”, which supposedly substantiates the possibility of directed movement of the inertoid due to the forces of inertia of its internal bodies in space without the interaction of the supporting body (base) with the external environment. The inconsistency of this parody was proved by tests of the inertoid in cosmos (2010). In this article, a dynamic analysis of a three-mass mechanical system of the inertoid type is carried out. The purpose of the analysis is to study the influence of the internal bodies inertia forces of a mechanical system interacting with its supporting body on the motion of this mechanical system in a dissipative medium with linear viscous resistance. An equation of its motion is obtained taking into account its internal bodies inertia forces. Based on the simulation of a mechanical system motion, it was found that the displacement of its center of mass in a wide range of environmental resistance values remains constant, which does not contradict modern ideas about the periodic motions of two-mass systems. Based on mathematical modeling within the framework of the proposed mathematical model, the threshold value of the resistance of the medium below which the displacement of its center of mass is impossible is determined by numerical methods. It is shown that the displacement of the center of mass of a mechanical system is due to the phase difference between the periodic motion of its internal bodies and the support body, which depends on the resistance of the medium to the movement of the support body. According to the results obtained, the inertia forces are real and capable of performing a directed effective motion of a mechanical system in a medium with low resistance. In a medium with zero resistance, the displacement of the center of mass is impossible. In addition, on the basis of the obtained mathematical model, a measuring equation was derived that provides an indirect measurement of the resistance of the external environment depending on the magnitude of the measured amplitude of the mechanical system vibration base, which can have various shapes and sizes. Such a measurement is more accurate and simpler than the Stokes method based on hydrodynamic methods.

Keywords: inertoid, equation of motion, dissipative medium, viscous resistance, threshold value of resistance, dissipative loss angle, displacement of the center of mass

REFERENCES

1. Nikitin, N. N. (1990). *Kurs teoreticheskoi mekhaniki [Course of Theoretical Mechanics]*. Moscow: Vysshaia Shkola Publ., 607 p. [in Russian].
2. Tolchin, V. N. (1977). *Inertsoid. Sily inertsii kak istochnik postupatel'nogo dvizheniia [Inertoid. Forces of inertia as a source of translational motion]*. Perm: Kn. Izd. Publ., P. 89, 90.
3. Savel'kaev, S. V. (2011). *Netraditsionnye vidy dvizheniia [Non-traditional types of movement]*. Novosibirsk: SSGA Publ., 48 p. [in Russian].
4. Egorov, A. G., & Zakharova, O. S. (2015). Energetically optimal movement of a vibrator in an environment with a hereditary law of resistance. *Izvestiia RAN. Teoriia i sistemy upravleniia [Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Theory and Control Systems]*, 3, 168–176 [in Russian].
5. Savel'kaev, S. V. (2013). *Mekhanika. Korreliatsionnaia mekhanika mekhanicheskikh sistem [Mechanics. Correlation mechanics of mechanical systems]*. Novosibirsk: SSGA Publ., 67 p. [in Russian].
6. Savel'kaev, S. V. (2009). The effect of displacement of the center of mass. In *Sbornik materialov GEO-Sibir'-2009: T. 5, ch. 1 [Proceedings of GEO-Siberia-2009: Vol. 5, Part 1]* (pp. 219–225). Novosibirsk: SSGA Publ. [in Russian].
7. Savel'kaev, S. V. (2011). The effect of independence of the displacement of the center of mass of a mechanical system from the dissipativity of the external environment (Effect Savelkaev). *Mekhanika mashin, mekhanizmov i materialov [Mechanics of Machines, Mechanisms and Materials]*, 4(17), 42–48 [in Russian].
8. Savelyev, I. V. (1991). *Osnovy teoreticheskoi fiziki. Mekhanika i elektrodinamika: T. 1 [Fundamentals of Theoretical Physics. Mechanics and electrodynamics: Vol. 1]*. Moscow: Nauka Publ., 496 p. [in Russian].
9. Chernous'ko, F. L. (2008). Optimal periodic motions of a two-mass system in a resisting medium. *Prikladnaia matematika i mekhanika [Applied Mathematics and Mechanics]*. Issue. 2. Vol. 72, 202–215 [in Russian].
10. Experiment with gyroscopes. (n. d.). Retrieved from <http://www.mirit.ru/video/008.htm> [in Russian].
11. Savelkaev's experiment. (n. d.). Retrieved from <http://www.mirit.ru/video/008.htm> [in Russian].
12. Savelkaev S. V. Regularity of inertial dynamics of mechanical systems in dissipative environments. Application for discovery No. OT–M3–177 (with attachment to the application OT–12184).
13. Kim, V. F., & Rodionov, A. I. (2003). On the dynamics of Savelkaev's mover. *Vestnik SSGA [Vestnik SSGA]*, 8, 216–219 [in Russian].
14. Shipov, G. I. (1993). *Teoriia fizicheskogo vacuuma [Theory of Physical Vacuum]*. Moscow: NT-Tsentr Publ., 362 p. [in Russian].
15. Savel'kaev, S. V. (1993). *Teoriia gravitatsii [Theory of Gravity]*. Moscow: MEI Publ., 108 p. [in Russian].

Author details

Sergei V. Savelkaev – D. Sc., Professor of the Department Special Devices, Innovation and Metrology.

Received 19.07.2022

© S. V. Savelkaev, 2022