

УДК 528.482: 528.721.221.6
DOI: 10.33764/2411-1759-2022-27-2-86-101

АНАЛИЗ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ОБОЛОЧКИ ВЕРТИКАЛЬНЫХ СТАЛЬНЫХ РЕЗЕРВУАРОВ ПО ДАННЫМ ЛАЗЕРНОГО СКАНИРОВАНИЯ

Андрей Аркадьевич Шоломицкий

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плеханова, 10, доктор технических наук, профессор кафедры инженерной геодезии и маркшейдерского дела, тел. (383)343-29-55, e-mail: sholomitskij@mail.ru

Нурган Токанович Кемербаев

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плеханова, 10, аспирант кафедры инженерной геодезии и маркшейдерского дела, тел. (383)343-29-55, e-mail: n.kemerbayev@geo-id.kz

Сергей Георгиевич Могильный

Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры, 49600, Украина, г. Днепропетровск, ул. Чернышевского, 24А, доктор технических наук, профессор кафедры землеустройства, строительства автодорог и геодезии, тел. +38(050)606-43-54, e-mail: mogilnysg@mail.ru

Сергей Николаевич Царенко

Камчатский государственный технический университет, 683003, Россия, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Ключевская, 35, доктор физико-математических наук, доцент кафедры технологических машин и оборудования, e-mail: tzarenko@gmail.com

В статье рассматривается новая технология съемки вертикальных стальных резервуаров, наземное лазерное сканирование, которое дает огромный объем неструктурированной информации. Выполнен обзор существующих методов решения задач по определению деформаций стенок резервуаров по облаку точек лазерных отражений. Отмечается, что точности лазерного сканирования и сшивки сканов достаточно для определения деформаций стенок резервуаров. Существующие методы реализуются в основном на построении нерегулярных триангуляционных поверхностях оболочки резервуара, по которым в ручном или полуавтоматическом режиме строятся профили поверхностей, определяются деформации стенок и сравниваются с нормативными допусками. Авторами предлагается методика и алгоритм обработки облака точек лазерных отражений, которое путем нескольких этапов фильтраций (по высоте, по допуску радиуса и наклонам и интерполяцией методом коллокации) приводится к прямоугольной топологически эквивалентной сетке. Это позволяет на несколько порядков уменьшить объем информации, хранящейся в базе данных, а регулярная структура сеточной модели позволяет применить численные методы для определения напряжений, возникающих в стенках резервуара. Напряжения определяются по полубезмоментной теории расчета цилиндрических оболочек. Методика и алгоритм реализованы авторами в геодезической подсистеме автоматизированной системы технического обслуживания и ремонтов оборудования на нефтеперерабатывающем заводе. Предложенная методика позволит в будущем перейти от нормативной оценки технического состояния резервуара к оценке по фактическим напряжениям, что дает объективную оценку состояния резервуара для обоснованного принятия решения о продлении его срока эксплуатации, текущем обслуживании или ремонте.

Ключевые слова: вертикальный стальной резервуар, сканирование, геодезический мониторинг, деформации, точность, интерполяция, фильтрация, напряжения

Введение

Резервуары вертикальные стальные (РВС) цилиндрические в настоящее время являются основным типом емкостей для хранения

нефти и нефтепродуктов. Простота конструкции и монтажа, хорошее соответствие расчетной и фактической схем работы обеспечивают их высокую надежность в эксплуатации. Развитие конструкции и способов сооруже-

ния цилиндрических резервуаров тесно связано с ростом добычи и переработки нефти. Необходимость хранения нефти и нефтепродуктов в больших единичных объемах в конце 1940-х – середине 1950-х гг. поставила перед учеными и инженерами задачу разработки новой конструкции и технологии строительства резервуаров номинальным объемом до 50 000 м³. В процессе решения этой проблемы были проведены натурные испытания резервуаров с целью сопоставления расчетного и фактического напряженного состояния стенки и купола, опытной апробации методики расчета конструкций резервуара на общую устойчивость. На основании полученных теоретических и экспериментальных результатов была разработана нормативная документация на проектирование и монтаж цилиндрических резервуаров [1–3]. С накоплением опыта эксплуатации и изучения частоты и причин отказов разрабатывались инструкции и правила ревизии, эксплуатации и ремонта резервуаров [4, 5], причем это характерно не только для Российской Федерации; во всех развитых странах совершенствовались стандарты по строительству, эксплуатации и надзору за вертикальными стальными резервуарами [6–9].

Длительный период эксплуатации и наблюдения за состоянием резервуаров позволил выявить и обобщить причины возникновения аварий вертикальных стальных резервуаров [10–13]. Наиболее распространенными причинами аварийности РВС являются:

- деформации стенок резервуара;
- оседания днища резервуаров;
- угловые деформации стыковочного сварного шва.

Эти причины во многом зависят от режима работы резервуаров, числа наливов-сливов и во многом от вызываемой атмосферными условиями коррозией [12]. Еще одним фактором, осложняющим безаварийную эксплуатацию, являются слабые и многолетнемерзлые грунты [13]. И если с атмосферной коррозией можно бороться, применяя своевременное техническое обслуживание, то резкие просадки грунта можно выявить только регулярными геодезическими измерениями – геодезическим мониторингом РВС.

В настоящий момент нормативная техническая документация, согласно которой регулируется эксплуатация резервуара [3, 4], предполагает измерение вертикальности стенок резервуара и определение оседаний днища резервуаров. Для этого используются соответственно полярная съемка стенок резервуара электронными тахеометрами и геометрическое нивелирование днища резервуара. Затем отклонения стенок и оседания днища сравниваются с допусками, установленными в [3, 4]. Эти допуски ранжированы для резервуаров различной емкости, и если фактические величины превышают допустимые, необходимо выполнить комплексное обследование и сделать вывод о сроках возможной безаварийной эксплуатации РВС [4] или необходимости ремонта. Допуски в нормативной литературе различные для новых резервуаров и отслуживших продолжительный срок (более 20 лет) – таким образом, косвенно учитывается число циклов налива-слива и коррозия оболочки РВС. Допустимые величины деформаций и их размеры – это тоже довольно приближенные значения, которые связывают величины деформаций с напряженным состоянием оболочки РВС. Такой подход был оправдан при традиционных геодезических методах определения деформаций и оседаний, поскольку эти методы трудоемкие и числа точек измерений оболочки РВС и днища недостаточно для численного определения напряжений, возникающих в стенках резервуара.

В последнее десятилетие для съемки резервуаров стали применять новый геодезический метод съемок – лазерное сканирование резервуаров.

Метод лазерного сканирования РВС

Лазерное сканирование резервуарных парков применяется уже почти 10 лет. На первом этапе оно использовалось для геодезической съемки площадок нефтеперекачивающих станций, затем к этой задаче добавилось определение деформаций стенок с построением профилей отклонений стенок резервуаров от вертикали, потом добавилась задача калибровки резервуаров [14–22].

Настоящий момент развития технологии сканирования резервуаров характеризуется достаточно большим разнообразием сканирующих систем, имеется положительный опыт сканирования РВС сканирующими тахеометрами [21]. За это время выработаны технологии сканирования, сшивки сканов и решения некоторых задач в полуавтоматическом режиме. К сожалению, большинство материалов в сети Интернет носит рекламный характер и содержит неполную информацию о методах решения задач.

В целом во всех публикациях отмечается, что точность лазерного сканирования достаточно высока для решения задач мониторинга технического состояния резервуаров, практически все методики обработки преобразуют облако точек лазерных отражений в нерегулярные триангуляционные поверхности, по которым выполняется построение профилей стенок и решаются другие задачи в полуавтоматическом режиме с привлечением различного программного обеспечения.

Для комплексного подхода к мониторингу резервуаров и оценке его технического состояния предполагается внедрение цифровых технологий, а для обеспечения исправности и работоспособности оборудования необходимо развертывание комплексной системы технического обслуживания и ремонта технологического оборудования (ТОРО) [23–26]. Результат внедрения ТОРО – увеличение межремонтного периода, повышение надежности и механической целостности оборудования в условиях непрерывного технологического процесса, безопасность производства, сокращение внеплановых и плановых простоев оборудования, снижение риска возникновения внештатных и аварийных ситуаций, уменьшение затрат на техобслуживание и капитальный ремонт, увеличение производительности работ и общей эффективности оборудования [27].

В геодезической подсистеме ТОРО обработка данных лазерного сканирования должна вестись максимально автоматизированно, а результатом анализа должны быть рекомендации по эксплуатации и ремонту оборудования, основанные не на субъективной информации сравнения с нормативными допус-

ками, а на цифровой информации о деформациях и напряжениях, которые испытывает оболочка РВС. Поэтому в геодезической подсистеме ТОРО предлагается следующая методика и алгоритм обработки данных облака точек лазерных отражений (ТЛО) для определения деформаций и напряжений стенок резервуара.

Методика и алгоритм определения деформаций и напряжений стенок резервуара

В терминах дискретной математики [28] облако точек лазерных отражений можно описать как неупорядоченное множество точек – объектов с общими свойствами. Объекты, которые образуют множество, называются элементами множества.

Множество точек лазерных отражений можно представить в виде

$$M_p = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\};$$

$$p_i = \{x_i, y_i, z_i\},$$

где p_i – точка облака ТЛО, элемент множества M_p ; индекс i обозначает не порядок элемента во множестве, а служит для идентификации элемента.

Первый этап алгоритма – сокращение числа точек облака. Число точек в облаке ТЛО может быть очень велико: для резервуара объемом 1 000 м³ число ТЛО может достигать 150 000 000 точек, или приблизительно одна точка на 2,5 мм². Это излишняя плотность точек для задачи мониторинга деформаций резервуаров. Поэтому первоочередной задачей становится ограничение количества точек до некоторого приемлемого, при котором обработка информации будет занимать допустимое для оператора время, и точность определения параметров и деформации резервуара будет достаточной. Экспериментальным путем определено, что для поверхности в 320 м² (для резервуара в 1 000 м³) достаточно будет от 1 500 000 до 3 000 000 точек, при этом плотность точек на поверхности будет 1 точка на 15 × 15 ÷ 10 × 10 мм.

Обозначим полученное множество M'_p , которое является подмножеством множества M_p :

$$M'_p \subset M_p \leftrightarrow M'_p = \{p_i / p_i \in M_p\}.$$

Пример исходного и прореженного подмножества M'_p приведен на рис. 1. На рис. 1, а видно, что облако ТЛО содержит множество элементов, которые не относятся к вертикаль-

ному цилиндрическому резервуару. Это различное технологическое оборудование, которое располагается на кровле и боковой поверхности резервуара: элементы лестниц, площадок, патрубков. Точки этих объектов мешают выделению собственно боковой поверхности резервуара, поэтому необходимо выполнить операцию отсечения элементов облака ТЛО, которые могут помешать определению параметров цилиндрического резервуара.

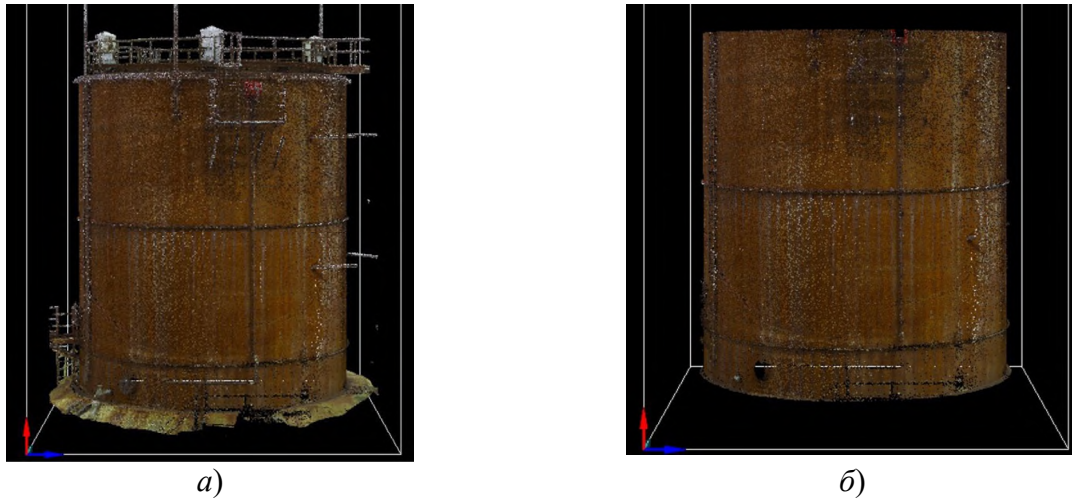


Рис. 1. Облако ТЛО резервуара:
а) исходное облако; б) прореженное облако, $\Delta R = 120$ мм

Второй этап – нахождение параметров резервуара. Для определения параметров резервуара необходимо отфильтровать все точки, которые не относятся к цилиндрической поверхности резервуара. Первым этапом производится отсечение по высоте, для этого имеется инструмент для определения высоты отсечения объектов на крыше Z_{\max} и в нижней части резервуара Z_{\min} , который отсекает поверхность земли.

После отсечения по высоте необходимо определить параметры резервуара из следующих уравнений, которые решаются методом наименьших квадратов (МНК):

$$\begin{aligned} \forall p_i \in M'_p \rightarrow (Z_{\min} \leq z_i \leq Z_{\max}) \rightarrow \\ \rightarrow \left. \begin{aligned} (x_i - o_x)^2 + (y_i - o_y)^2 - R^2 = \varepsilon_i^2 \\ [\varepsilon_i \varepsilon_i] = \min \end{aligned} \right\}, \quad (1) \end{aligned}$$

где x_i, y_i – координаты точки i из множества M'_p ; o_x, o_y – координаты центра цилиндра; R – радиус цилиндра; ε_i – отклонение точки i от цилиндра. Для всех точек, попавших в заданный диапазон высот, составляется система уравнений (1) и решается по МНК. Из решения системы (1) находится фактический радиус цилиндра, координаты центра цилиндра и определяется положение оси цилиндра в системе координат.

Третий этап – фильтрация по радиусу. Геометрический смысл такой фильтрации заключается в удалении из множества точек M'_p точек, которые лежат на расстоянии больше радиуса на величину допуска Δ :

$$\begin{aligned} \forall p_i \in M'_p \rightarrow \left((x_i - o_x)^2 + (y_i - o_y)^2 \right)^{\frac{1}{2}} > \\ > (R + \Delta) \rightarrow M'_p - p_i. \quad (2) \end{aligned}$$

Результат выполнения этой операции показан на рис. 1, б, допуск на отсечение по радиусу $\Delta R = 120$ мм. На рисунке видны «пропуски» из-за затенения резервуара различным оборудованием и остатки оборудования, которое примыкает непосредственно к стенке резервуара и попадает в допуск.

Четвертый этап – преобразование облака точек к топологически эквивалентной сеточной модели. Полученное после двойной фильтрации облака ТЛО неупорядоченное множество точек M'_p не обладает внутренней структурой и не позволяет выполнять операции сравнения таких множеств. В методиках мониторинга за деформациями резервуаров [14–21] множество точек облака ТЛО не упорядочивается, а по всем точкам облака строится нерегулярная триангуляционная сеть (TIN), по которой и выполняются дальнейшие операции сравнения и анализа. Такой путь требует значительных ресурсов для хранения, обработки данных и анализа. Целесообразно сократить объем информации, которая хранится в базе данных, привести неупорядоченное облако точек к регулярным структурам или упорядочен-

ным множествам – решеткам или сеткам [28]. Сетки размерностью выше первой по структуре делятся на упорядоченные (регулярные) и неупорядоченные (нерегулярные). Регулярные сетки имеют упорядоченный набор узлов, который можно представить n -мерным массивом. Использование структурированных или регулярных сеток (по сравнению с неструктурированными) позволяет уменьшить продолжительность расчета и необходимый объем оперативной памяти электронно-вычислительной машины (ЭВМ), а также непосредственно использовать такие сетки в операциях алгебры карт.

Для дальнейшей обработки облака ТЛО преобразуем множество точек в равномерную сетку на поверхности цилиндра, которая имеет топологически эквивалентную прямоугольную сетку:

$$M'_p \Rightarrow S_{i,j}^h, \quad (3)$$

где i, j – размер сетки; h – шаг сетки.

На рис. 2 показана равномерная сетка на цилиндре и топологически эквивалентная ей прямоугольная сетка.

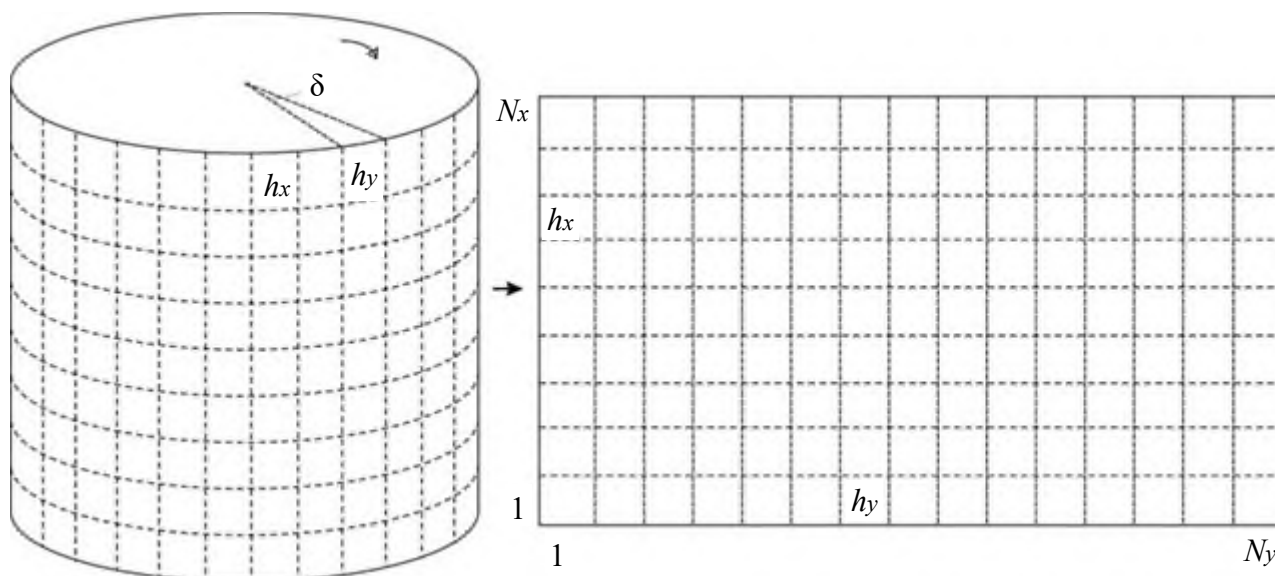


Рис. 2. Сетка на цилиндре и топологически эквивалентная ей прямоугольная сетка

Развертка цилиндрической сетки осуществляется по углу δ , который вычисляется по заданному шагу h_y от направления на север геодезической системы координат. Для получения топологически эквивалентной сет-

ки необходимо выполнить перевычисление геодезических координат точек множества M'_p в координаты на поверхности цилиндра. Для этого координаты точек в геодезической системе координат перевычисляются в сис-

тему координат поверхности цилиндра, для этого используются следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} x_i^c &= z_i \\ y_i^c &= \alpha R \\ z_i^c &= \left((x_i - o_x)^2 + (y_i - o_y)^2 \right)^{\frac{1}{2}} - R \end{aligned} \right\} \rightarrow M^c, \quad (4)$$

где x_i^c, y_i^c, z_i^c – координаты точки в системе координат поверхности цилиндра; x_i, y_i, z_i – координаты точки в геодезической системе координат; α – центральный угол, в радианах (рис. 3); R – радиус резервуара; o_x, o_y – координаты центра цилиндра; M^c – множество то-

чек в системе координат поверхности цилиндра. Геометрический смысл z_i^c – это отклонение точки i от цилиндра; имеет знак «+», если точка находится снаружи цилиндра, и знак «-», если внутри.

Затем происходит переход от неупорядоченного множества точек на поверхности цилиндра к упорядоченной решетке $S_{i,j}^h$, для этого в узлах сетки выполняется интерполирование для каждого узла сетки $P(i, j)$ в ограниченной окрестности $h_x \cdot h_y$ (рис. 4) с помощью кусочно-линейной гиперплоскости, построенной методом коллокации [29]. Пример интерполированной сетки для поверхности резервуара показан на рис. 5.

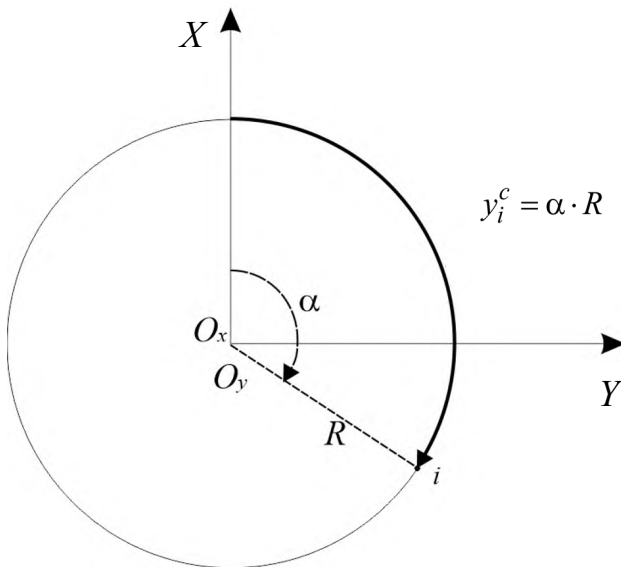


Рис. 3. Вычисление координаты y_i^c эквивалентной сетки

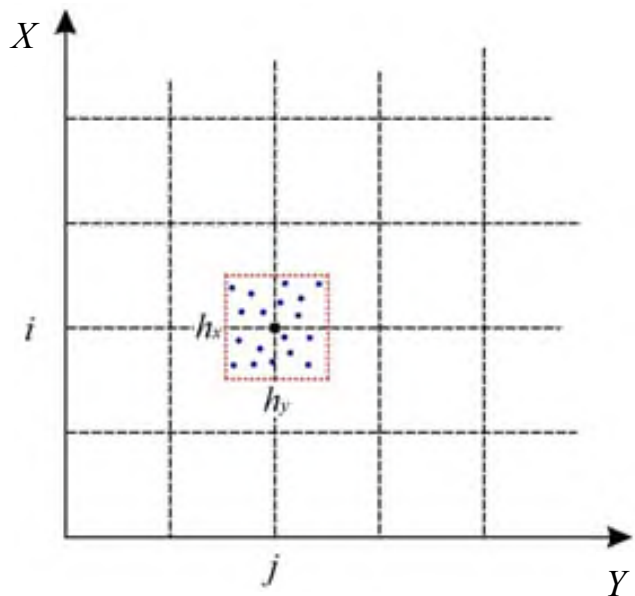


Рис. 4. Система координат эквивалентной прямоугольной сетки

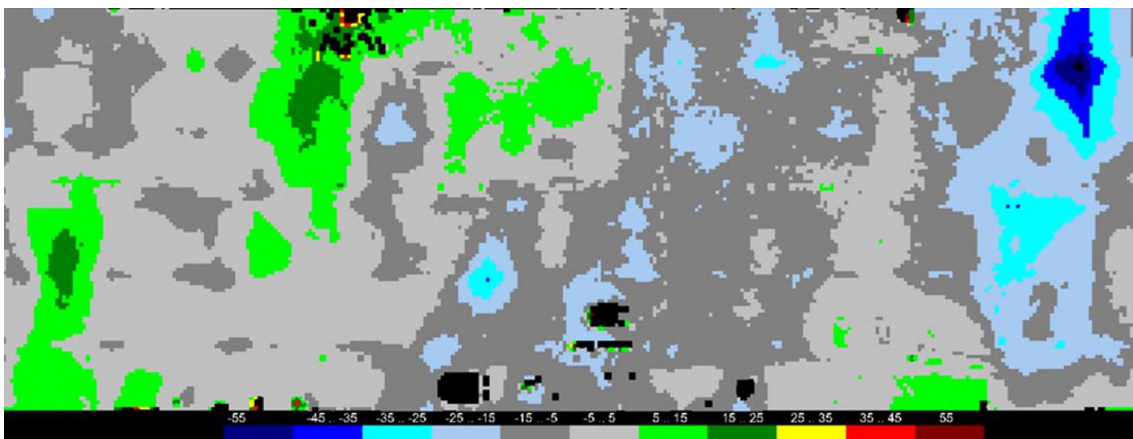


Рис. 5. Интерполированная поверхность резервуара

На рис. 5 черным цветом показаны пропуски интерполирования точек сеточной модели, которые связаны с тем, что после операции отсечения по радиусу в облаке точек появляются «дыры», то есть места, где нет точек.

В этих местах в ограниченную окрестность $h_x \cdot h_y$ попало менее трех точек, а в некоторых случаях – ни одной. При этом число узлов сетки, в которых интерполирование не выполнено из-за «дыр», составит от 300 до 500, что составляет 1,3–1,5 % от общего числа узлов.

Пятый этап – анализ гладкости поверхности. Следующий этап обработки – выявление узлов, на которые повлияли остаточные «шумы», то есть остатки наружного оборудования в облаке ГЛЮ, которые не были отфильтрованы на предыдущих этапах. Эта операция производится исходя из предположения, что сеточная модель хорошо описывает поверхность резервуара, является гладкой и не имеет ступенчатых дефектов поверхности. То есть предполагается, что деформации резервуара «хлопуны» и «выпучины» тоже являются гладкими поверхностями; требования к размерам вмятин резервуаров [5] можно перевести в уклоны поверхности.

Гладкость поверхностей можно исследовать методами дифференциальной геометрии, и она связана с кривизной поверхности в локальных областях. Для сеточных моделей анализ кривизны поверхности можно упростить до анализа уклонов между узлами сетки. Уклоны могут быть со знаком «+» и со знаком «-», поэтому анализ поверхности уклонов выполняется по модулю. Узлы, для которых не выполняется неравенство (5), переводятся в состояние «не определен».

$$\left| \frac{z_{i+1} - z_i}{h} \right| \leq U_{\text{доп}}, \quad (5)$$

где $U_{\text{доп}}$ – допустимая величина уклона.

Для определения допустимой величины уклона выполнили статистический анализ поверхностей уклонов.

На рис. 6 показана гистограмма распределения уклонов для эквивалентной сеточной поверхности резервуара № 1.

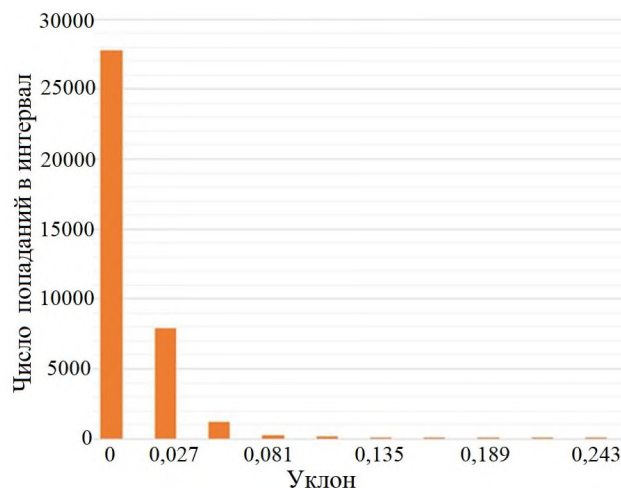


Рис. 6. Гистограмма распределения уклонов

Уклон 0,05 соответствует максимально допустимой деформации вмятины [5]. Если обобщить данные по всем резервуарам, можно сделать вывод, что для подавляющего большинства ячеек сетки уклоны не превышают 0,1.

Если с этим допуском обработать поверхности деформаций всех резервуаров, получим дополнительно узлы сетки, в которых деформации не определены, статистика приведена в таблице.

Результаты фильтрации по уклону

Номер резервуара	Отфильтровано точек	
	шт.	%
1	1 034	2,7
2	238	0,6
3	1 518	3,9
4	996	2,6
5	1 322	3,4

В конечном итоге число узлов с неопределенными деформациями из-за «дыр» и фильтрации по уклонам составляет до 5 % из всего числа узлов эквивалентной сетки.

Возникает необходимость интерполировать, а в некоторых случаях и экстраполировать значения деформаций в узлах сетки там, где они не были определены на предыдущих этапах обработки.

Шестой этап – интерполирование пропусков сеточной модели. Для интерполирования

значений деформаций в узлах сеточной модели можно использовать различные методы. Метод коллокации, который использовался на четвертом этапе обработки для перехода от облака ТЛЮ к сеточной модели, дает более надежные результаты в случае экстраполяции [29]. А такие случаи достаточно часто возникают при интерполировании значений вблизи границ сетки. Поэтому в дальнейшем использовался метод коллокации, как и на четвертом шаге алгоритма, но область выборки формировалась иначе. Для того чтобы использовать закономерности поверхности сеточной модели, для которой уже определены показатели в 95 % узлов, использовалась область выборки матричного типа, как показано на рис. 7.

На узел в точке $P(i, j)$ накладывается квадратная матрица с нечетным количеством ячеек, в данном случае 5×5 , и выбираются точки, которые попали в область выборки и которые имеют значения. Для точек, которые попали в область выборки, составляются уравнения коллокации и определяется показатель в точке P . Если в область попало мало точек, размер области увеличивается.

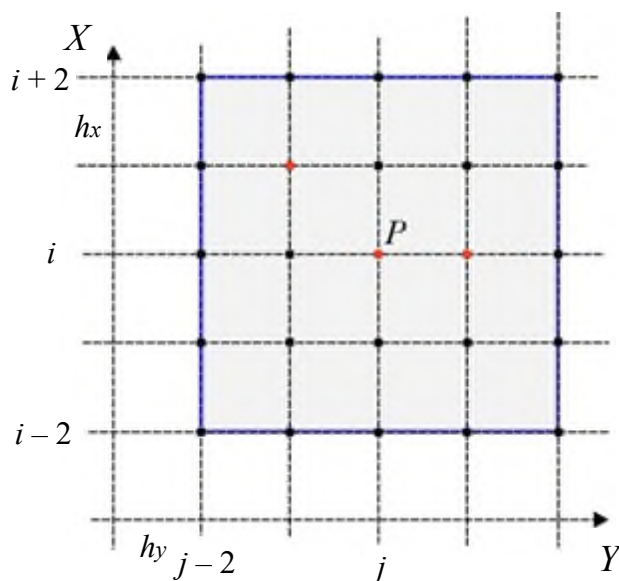


Рис. 7. Область выборки при интерполяции узлов:

- – имеют значение (интерполированы);
- – не имеют значения (не интерполированы)

Пример интерполяции пропусков для сеточной модели резервуара № 1 показан на рис. 8.

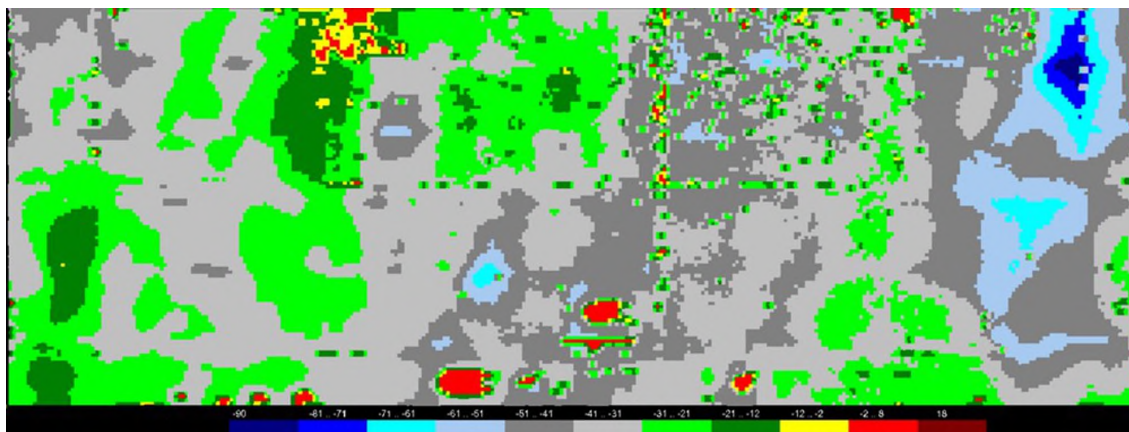


Рис. 8. Интерполированная сетка резервуара № 1

На шестом этапе все узлы эквивалентной сетки должны иметь интерполированные показатели отклонения от цилиндрической поверхности. Поверхность сеточной модели (см. рис. 8) имеет пестрый вид из-за случайных ошибок измерений при сканировании, ошибок шивки сканов и случайных ошибок интерполирования. По такой поверхности трудно выполнять операции анализа и даль-

нейшие расчеты, поэтому после интерполирования всех узлов сетки необходимо выполнить сглаживание поверхности.

Седьмой этап – сглаживание сеточной модели. Целью сглаживания является уменьшение влияния случайных ошибок измерений и остаточных «шумов», т. е. величин, которые сильно отличаются от окружающих ячеек.

В программах растровой графики и геоинформационных системах применяют различные варианты фильтрации по Гауссу, фильтры нижних частот и фильтры верхних частот. Размытие по Гауссу – это фильтр нижних частот, ослабляющий высокочастотные сигналы. Применительно к эквивалентной сеточной модели поверхности резервуара применение фильтра нижних частот приведет к уменьшению перепадов отклонений (деформаций цилиндра) между соседними ячейками.

При практическом использовании такое сглаживание выполняется с помощью масок 3×3 , 5×5 или 7×7 , на которых задается соотношение весов для ячеек этих масок, как показано на рис. 9. Маска размером 3×3 перемещается по строкам и столбцам сеточной модели и при этом заменяет исходную отметку z_{ij} на z'_{ij} , которая вычисляется по формуле

$$z'_{ij} = \frac{p_1 \sum_{k=1}^{k=8} z_k + z_{ij} p_0}{8p_1 + p_0}. \quad (6)$$

При размере масок 5×5 или 7×7 могут быть разные соотношения весов для первого и второго рядов относительно точки i, j .

При соотношении весов $p_1 > p_0$ фильтр превращается в фильтр низких частот, т. е. уменьшается разница между ячейкой i, j

и окружающими ячейками сетки и происходит сглаживание поверхности. Если соотношение $p_1 < p_0$, разница между ячейкой i, j и окружающими ячейками увеличивается. Если $p_1 = p_0$, происходит усреднение показателя по девяти ячейкам.

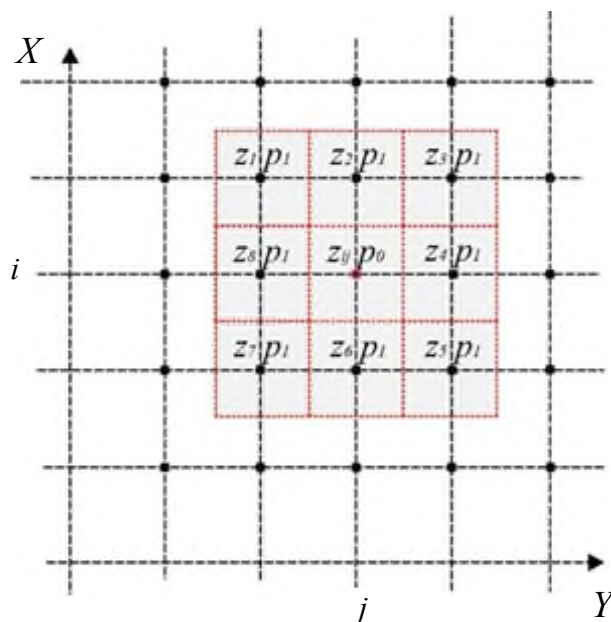


Рис. 9. Маска 3×3 на сеточной модели

На рис. 10 показана сглаженная маской 3×3 сеточная модель для резервуара № 1.

Сглаженные модели позволяют применить численные методы для расчета напряжений цилиндрических оболочек и их прогноза.

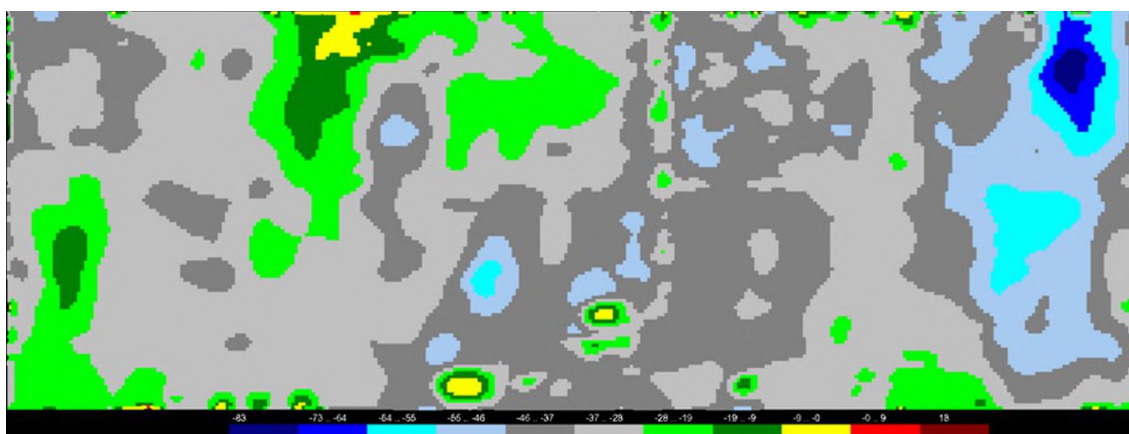


Рис. 10. Сглаженная маской 3×3 сеточная модель резервуара № 1

Восьмой этап – расчет напряженно-деформированного состояния резервуара. Исходными данными к расчету является матрица радиальных перемещений $W = \{w_{i,j}\}$, где i – порядковый номер сечения по окружности, начиная с нулевого ($i = 0, \dots, n\varphi$); $n\varphi$ – количество точек по окружности; j – порядковый номер сечения по осевой координате (номер пояса, $j = 0, \dots, n\chi$); $n\chi$ – количество точек по осевой координате. Если имеется матрица начальных отклонений W_0 ,

то для оценки напряженно-деформированного состояния следует принять матрицу $W = W_1 - W_0$, где W_1 – текущие перемещения.

Для каждого пояса радиальные перемещения интерполируются функцией вида

$$w_j(\varphi) = \sum_{i=0}^{n\varphi} a_{i,j} \sum_{k=1}^{n\varphi/2} \cos^2\left(\frac{1}{2}k(\varphi - \psi_i)\right), \quad (7)$$

где ψ_i – угловая координата i -й точки; $a_{i,j}$ – коэффициенты интерполяции, определяются из решения системы:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{0,0} \frac{n\varphi}{2} + a_{1,0} \left(\cos^2\left(\frac{1}{2}(\psi_0 - \psi_1) + \cos^2(\psi_0 - \psi_1) + \dots \right) \right) + \dots = w_{0,0}; \\ a_{1,0} \left(\cos^2\left(\frac{1}{2}(\psi_0 - \psi_1) + \cos^2(\psi_0 - \psi_1) + \dots \right) \right) + a_{1,0} \frac{n\varphi}{2} + \dots = w_{1,0}; \\ \dots + a_{n\varphi-1,0} \left(\cos^2\left(\frac{1}{2}(\psi_{n\varphi} - \psi_{n\varphi-1}) + \cos^2(\psi_{n\varphi} - \psi_{n\varphi-1}) + \dots \right) \right) + a_{n\varphi,0} \frac{n\varphi}{2} + \dots = w_{n\varphi,0}; \\ a_{0,1} \frac{n\varphi}{2} + a_{1,1} \left(\cos^2\left(\frac{1}{2}(\psi_0 - \psi_1) + \cos^2(\psi_0 - \psi_1) + \dots \right) \right) + \dots = w_{0,1}; \\ \dots + a_{n\varphi-1,n\chi} \left(\cos^2\left(\frac{1}{2}(\psi_{n\varphi} - \psi_{n\varphi-1}) + \cos^2(\psi_{n\varphi} - \psi_{n\varphi-1}) + \dots \right) \right) + a_{n\varphi,n\chi} \frac{n\varphi}{2} + \dots = w_{n\varphi,n\chi}. \end{array} \right.$$

Зависимость (7) удовлетворяет условию неразрывности перемещений по окружной координате.

Резервуар представим как систему кольцевых элементов в пределах одного пояса длиной l_j и толщиной h_j , соединенных друг с другом. Моделирование напряженного состояния резервуара будем проводить на основе теории расчета цилиндрических оболочек [30–32]. Используя принцип суперпозиций, напряженное состояние можно представить как сумму осесимметричного и несимметричного состояний [33].

Тогда выражение (7) представим в виде

$$w_j(\varphi) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n\varphi} a_{i,j} + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n\varphi} a_{i,j} \sum_{k=1}^{n\varphi/2} \cos(k(\varphi - \psi_i)). \quad (8)$$

Таким образом, для радиальных перемещений из выражения (8) можно выделить

симметричную и несимметричную составляющие, соответственно:

$$w_{xj} = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n\varphi} a_{i,j}; \quad (9)$$

$$w_{\varphi j} = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n\varphi} \sum_{k=1}^{n\varphi/2} \cos(k(\varphi - \psi_i)). \quad (10)$$

Осесимметричное состояние резервуара. Учитывая, что эффект от закрепления оболочки или шпангоута проявляется на незначительной длине $l \approx 2,5\sqrt{Rh}$ [30], что меньше шага между поясами резервуара ($l < l_j$), то при рассмотрении осесимметричного состояния осевые моменты во внимание принимать не будем.

Для исследования их влияния необходимо использовать более мелкую сетку по осевой координате в окрестности зоны состыковки оболочки с днищем, крышей или шпангоутом.

Осевые усилия учитывают весовую нагрузку элементов конструкции резервуара, для j -го пояса определяются зависимостью

$$T_{xj} = T_{x0} + \sum_{k=1}^j h_k l_k \rho g, \quad (11)$$

где T_{x0} – вес крыши и оснащения, приходящегося на единицу длины окружности; ρ – плотность материала; g – ускорение свободного падения.

Окружные усилия определяются формулой

$$T_{ij} = -\mu T_{xj} + \frac{E h_j w_{xj}}{R}, \quad (12)$$

где μ – коэффициент Пуассона; E – модуль упругости.

Несимметричное состояние резервуара. Несимметричную деформацию будем рассматривать как деформацию отдельных кольцевых элементов, которые сопряжены друг с другом за счет сдвиговых усилий. Такой подход соответствует полубезмоментной теории расчета цилиндрических оболочек Власова [30–32]. Окружные изгибающие моменты, приходящиеся на единицу длины кольцевого элемента, определяются выражением [30]

$$M_t = -\frac{EJ}{R^2} \left(\frac{d^2 w}{d\varphi^2} + w \right), \quad (13)$$

где $EJ = E \frac{h^3}{12}$ – изгибная жесткость, отнесенная к единице длины.

Подставив зависимость (10) в формулу (13), получим выражение для определения окружных моментов для j -го пояса

$$M_{ij}(\varphi) = \frac{EJ_j}{2R^2} \sum_{i=0}^{n\varphi} a_{i,j} \times \sum_{k=1}^{n\varphi/2} (k^2 - 1) \cos(k(\varphi - \psi_i)). \quad (14)$$

Для нахождения сдвиговых усилий рассмотрим дифференциальное уравнение упругой линии кольца в общем виде:

$$\frac{EJ_x}{R^4} \left(\frac{d^5 w}{d\varphi^5} + 2 \frac{d^3 w}{d\varphi^3} + \frac{dw}{d\varphi} \right) = \frac{dQ}{d\varphi} + S, \quad (15)$$

где Q – распределенная радиальная нагрузка; S – распределенная касательная нагрузка; $EJ_x = E \frac{h^3}{12}$ – изгибная жесткость кольцевого элемента.

Полагая, что радиальная нагрузка вызвана гидростатическим давлением и является осесимметричной, то несимметричное деформирование кольцевого элемента будет происходить только за счет сдвиговых усилий. Тогда для j -го элемента зависимость (15) с учетом выражения (10) будет иметь вид

$$-\frac{EJ_{xj}}{2R^4} \sum_{i=0}^{n\varphi} a_{i,j} \sum_{k=1}^{n\varphi/2} k(k^2 - 1)^2 \sin(k(\varphi - \psi_i)) = S_{j-1} + S_j. \quad (16)$$

Из формулы (16) получим зависимость для сдвиговых усилий в произвольном поясе

$$S_j = (-1)^{j+1} \sum_{m=0}^j (-1)^m \frac{EJ_{xj}}{2R^4} \times \sum_{i=0}^{n\varphi} a_{i,j} \sum_{k=1}^{n\varphi/2} k(k^2 - 1)^2 \sin(k(\varphi - \psi_i)). \quad (17)$$

По найденным усилиям (11), (12), (14) и (17) определяются нормальные и касательные напряжения:

$$\sigma_x = \frac{T_x}{h}; \quad \sigma_t = \frac{T_t}{h} \pm \frac{6M_t}{h^2}; \quad \tau = \frac{S}{h} \quad (18)$$

и эквивалентные напряжения

$$\sigma_{IV} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_t^2 - \sigma_x \sigma_t + 3\tau^2}. \quad (19)$$

Если по данной методике рассчитать напряжения стенок резервуаров, используя данные фактических деформаций, получим напряжения, показанные на рис. 11. Напряжения, которые испытывают стенки резервуаров из-за их деформаций, лежат в достаточно больших пределах: от 79,88 МПа для резервуара № 2 до 184,3 МПа для резервуара № 5. Строительство и эксплуатация стальных вертикальных резервуаров в РФ регламентируется нормативными документами [4, 5] и требует применения хладостойких сталей. Однако в 1960–90-х гг. резервуары строились из рядовых сталей, характеристики которых значительно ниже.

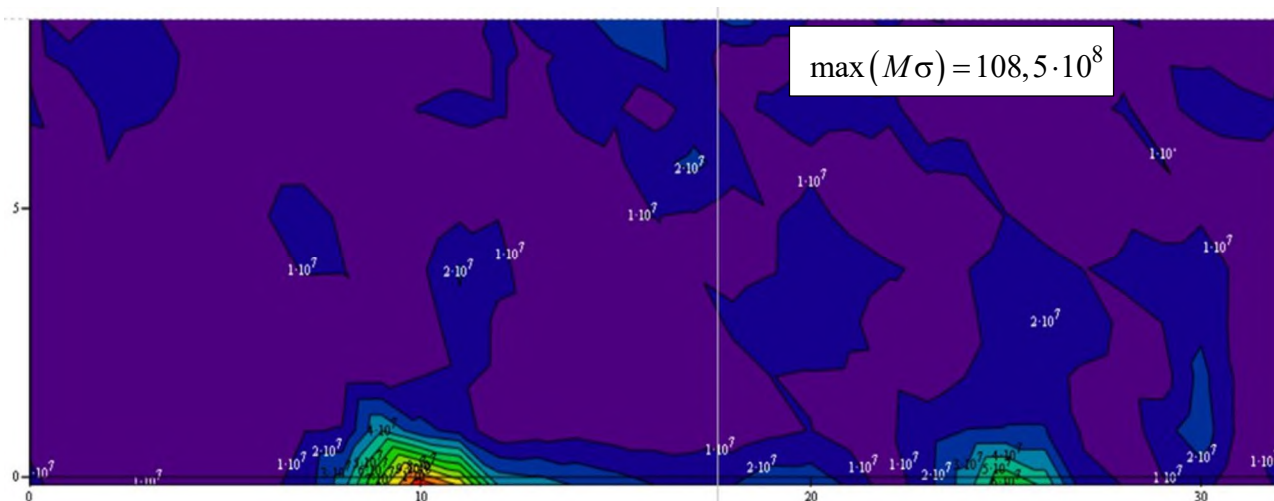


Рис. 11. Эквивалентные напряжения, резервуар № 1, максимальные –108,5 МПа

Выводы

Предложенная методика и алгоритм обработки данных лазерного сканирования вертикальных стальных резервуаров был опробован на 16 резервуарах одного из нефтеперерабатывающих заводов Республики Казахстан при внедрении автоматизированной подсистемы геодезического обеспечения системы технического обслуживания и ремонта оборудования [26]. Производственные испытания методики и алгоритма показали, что после короткого цикла настройки допусков алгоритма для резервуаров определенного объема его можно использовать в автоматическом режиме и определять деформации резервуаров

и напряжения, возникающие в стенках резервуаров, и сравнивать их изменение во времени.

Но одним из главных преимуществ этой методики является возможность перехода от нормативных допусков на деформации и напряжения [5] к расчетным напряжениям, определяемым по фактическим деформациям. А это, в свою очередь, даст возможность обосновать решение о продолжении эксплуатации резервуара, техническом обслуживании или выводе из эксплуатации и внеочередном обследовании и ремонте. Кроме того, расчетные значения напряжений можно использовать при оценке остаточного ресурса службы резервуара.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. СНиП II-V.3–62. Стальные конструкции. Нормы проектирования. – М., 1963. – 62 с.
2. СНиП II-V.5–62. Металлические конструкции. Правила изготовления, монтажа и приемки. – М., 1963. – 92 с.
3. Временная инструкция по ремонту и исправлению дефектов вертикальных сварных цилиндрических резервуаров для хранения нефтепродуктов : Утв. Министерством нефтяной промышленности СССР 20.05.1954. – М., 1954. – 39 с.
4. РД 153-112-017–97. Инструкция по диагностике и оценке остаточного ресурса вертикальных стальных резервуаров. – Уфа : УГНТУ, 1997. –74 с.
5. СТО СА 03-004–2009. Трубчатые печи, резервуары, сосуды и аппараты нефтеперерабатывающих и нефтехимических производств. Требования к техническому надзору, ревизии и отбраковке / Ассоциация «Ростехэкспертиза», ОАО «ВНИКТИнефтехимоборудование». – Волгоград : ВГИУ «Перемена», 2010. – 156 с.
6. API Standard 650. Welded Tanks for Oil Storage. – Twelfth Edition. – Washington : American Petroleum Institute, 2013.
7. API Standard 653. Tank Inspection, Repair, Alteration, and Reconstruction. – Fifth Edition. – Washington : American Petroleum Institute, 2014.

8. EN 1993-4-2:2007. Eurocode 3 – Design of steel structures – Part 4-2: Tanks. – Brussels : European committee for standardization, 2007.
9. EN 14015:2004. Specification for the Design and manufacture of site built, vertical, cylindrical, flat-bottomed, above ground, welded, steel tanks for the storage of liquids at ambient temperature and above. – Brussels : European committee for standardization, 2004.
10. Chang J., Lin C.-C. A study of storage tank accidents // Journal of Loss Prevention in the Process Industries. – 2006. – Vol. 19(1). – P. 51–59. – DOI: 10.1016/j.jlp.2005.05.015.
11. Pichugin S. F., Klochko L. A. Accidents Analysis of Steel Vertical Tanks ICBI 2019 // Proceedings of the 2nd International Conference on Building Innovations. – P. 193–204. – DOI: 10.1007/978-3-030-42939-3_21.
12. Zdravkov L., Pantusheva M. Typical damage in steel storage tanks in operation // Procedia Structural Integrity. – 2020. – Vol. 22. – P. 291–298. – DOI: 10.1016/j.prostr.2020.01.037.
13. Галкин П. В., Спиридонов В. П., Копылов А. А. Баженов С. А. Обеспечение пожарной безопасности на топливно-энергетических объектах посредством инженерно-геодезического контроля // Маркшейдерия и недропользование. – 2020. – № 5(109). – С. 17–21.
14. Современный метод проверки на деформации РВС [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://zen.yandex.ru/media/id/5d53b415ec575b00ada3bb66/sovremennyi-metod-proverki-na-deformacii-rvs-5d763c28f73d9d00ae3d3d6b>.
15. Современный метод проверки на деформации нефтеналивных резервуаров с помощью 3D лазерного сканирования [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://xn--80akfo2a.xn--p1ai/2019/11/29/15085/>.
16. Технологии для мониторинга и калибровки резервуаров хранения нефти и нефтепродуктов [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.youtube.com/watch?v=rBDF133VdUs>.
17. Поверка и градуировка резервуаров методом лазерного сканирования [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.souzgiprozem.ru/izyskaniya-graduirovka-reservuarov-nalivnyh.html>.
18. Лазерное сканирование и 3D-моделирование в промышленности [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.promgeo.com/services/engineering/industrial/>.
19. Применение лазерного сканирования при мониторинге нефтяных резервуаров [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://laserscanningeng.ru/blog/primenenie-lazernogo-skanirovaniya-pri-monitoringe-neftyanyh-rezervuarov/> сайт SCANENG.
20. 3D лазерное сканирование и градуировка резервуаров РВСПК-100000 на берегу залива Чихачева Японского моря [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.ngce.ru/pg_projects255.html.
21. Мониторинг и инспектирование резервуаров Leica MS60 и Leica RTC360. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://kzsection.info/green/monitoring-i-inspektirovanie-rezervuarov-rvs-bullity-leica-ms60-i-leica-rtc360/035_caWsq5pq3k.html.
22. Котельников С. И. Применение технологии лазерного сканирования для мониторинга нефтеналивных резервуаров // Маркшейдерский вестник. – 2016. – № 2. – С. 1–5.
23. Иванов В. А., Фещенко А. А. Особенности подходов к техническому обслуживанию и ремонту оборудования в непрерывном производстве // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Машиностроение, материаловедение. – 2018. – Т. 20, № 3. – С. 82–89. – DOI: 10.15593/2224-9877/2018.3.10.
24. Новый подход к эксплуатации и ремонту оборудования на машиностроительных предприятиях ОПК [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ufastanki.ru/sarticles/0/41>.
25. Система ТОРО с различных точек зрения // Электроэнергия. Передача и распределение. – 2013. – № 3. – С. 10–14.
26. Кемербаев Н. Т. Геодезическая информация в системе автоматизированного технического обеспечения и ремонтов // Вестник СГУГиТ. – 2020. – Т. 25, № 4. – С. 27–36. – DOI: 10.33764/2411-1759-2020-25-4-27-36.
27. Maximo Asset Management Documentation V 7.6.0.7 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.ibm.com/support/knowledgecenter/ru/SSLKT6_7.6.0.7/com.ibm.mam.doc/welcome.html.
28. Горбатов В. А. Фундаментальные основы дискретной математики. Информационная математика. – М. : Наука. Физматлит, 2000. – 544 с.
29. Стрельцов В. И., Могильный С. Г. Маркшейдерское обеспечение природопользования недр. – М. : Недра, 1989. – 205 с.
30. Бояршинов С. В. Основы строительной механики машин. – М. : Машиностроение, 1973. – 456 с.

31. Власов В. З. Избранные труды. Общая теория оболочек (том 1). – М. : Изд-во академии наук СССР, 1962. – 528 с.
32. Власов В. З. Избранные труды. Тонкостенные пространственные системы (том 3). – М. : Изд-во академии наук СССР, 1964. – 472 с.
33. Шевченко Ф. Л. Механика упругих деформируемых систем. Часть 2. Сложное напряженно-деформированное состояние : учеб. пособие. – Донецк : РИО ДонНТУ, 2007. – 306 с.

Получено 27.02.2022

© А. А. Шоломицкий, Н. Т. Кемербаев, С. Г. Могильный, С. Н. Царенко, 2022

DEFORMATION AND STRESS ANALYSIS OF VERTICAL STEEL SHELL OF TANKS BASED ON LASER SCANNING DATA

Andrei A. Sholomitsky

Siberian State University of Geosystems and Technology, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, D. Sc., Professor, Department of Engineering Geodesy and Mine Surveying, phone: (383)343-29-55, e-mail: sholomitskij@mail.ru

Nurgan T. Kemerbaev

Siberian State University of Geosystems and Technology, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Ph. D. Student, Department of Engineering Geodesy and Mine, phone: (383)343-29-55, e-mail: n.kemberbayev@geo-id.kz

Sergei G. Mogilny

Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24A, Chernyshevskogo St., Dnepropetrovsk, 49600, Ukraine, D. Sc., Professor, Department of Land Management, Road-Building and Geodesy, phone: +38(050)606-43-54, e-mail: mogilnysg@mail.ru

Sergei N. Tsarenko

Kamchatka State Technical University, 35, Klyuchevskaya St., Petropavlovsk-Kamchatsky, 683003, Russia, D. Sc., Associate Professor, Department of Technological Machines and Equipment, e-mail: tzarenko@gmail.com

The article considers a new technology of measurements of vertical steel tanks (ground-based laser scanning), which delivers a huge volume of unstructured information. There has been carried out a review of existing methods for solving tasks of tank walls' deformations determinations on laser reflection point cloud. It is noted that the accuracy of laser scanning and scans' stitching is sufficient for tank walls' deformations determinations. The existing methods are implemented basically through building irregular triangular surfaces of tank shell on which then surface profiles are built manually or semi-automatically and the deformations are determined and compared to tolerance values. The authors suggest a method and algorithm for processing laser reflection point cloud, which by means of several infiltrations by height, radius tolerance and inclinations and interpolation by collocation method is drawn to a rectangular topologically equivalent grid. These allow by several orders to decrease the information volume stored in the database, and regular grid model structure allows to apply numerical calculation method for calculating strains occurring in the tank walls. The strains are determined on semi-momentless theory for cylinder shell calculation. The method and algorithm are implemented in geodetic subsystem of automatic system of technical maintenance and repairs of equipment on the oil processing plant. The suggested method will allow in the future to move from normative assessment of technical tank state to the assessment on actual strains, which gives objective assessment of tank state for making substantiated decision on the prolongation of its exploitation, current maintenance and repair.

Keywords: vertical steel tank, scanning, geodetic monitoring, deformations, accuracy, interpolation, filtration, stresses

REFERENCES

1. Constructions Norms and Regulations. (1963). SNiP II-V.3-62. Steel structures. Design standards. Moscow, 62p. [in Russian].
2. Constructions Norms and Regulations. (1963). SNiP II-V.5-62. Metal constructions. Rules for the manufacture, installation and acceptance. Moscow, 92 p. [in Russian].
3. Temporary instruction for the repair and correction of defects in vertical welded cylindrical tanks for the storage of petroleum products. (1954). Approved Ministry of the Oil Industry of the USSR of May 05, 1954. Moscow, 39 p. [in Russian].
4. RD 153-112-017-97. (1997). Instructions for diagnosing and evaluating the residual life of vertical steel tanks. Ufa: UGNTU Publ., 74 p. [in Russian].
5. Standards Russian Federation. (2010). STO SA 03-004-2009. Tube furnaces, tanks, vessels and apparatuses for oil refining and petrochemical industries. Requirements for technical supervision, revision and rejection. Volgograd: VGIU "Peremena" Publ., 156 p. [in Russian].
6. API Standard 650. (2013). Welded Tanks for Oil Storage (12th ed.). Washington: American Petroleum Institute.
7. API Standard 653. (2014). Tank Inspection, Repair, Alteration, and Reconstruction (5th ed.). Washington: American Petroleum Institute.
8. EN 1993-4-2:2007. (2007). Eurocode 3 - Design of steel structures – Part 4-2: Tanks. European committee for standardization. Brussels.
9. EN 14015:2004. (2004). Specification for the Design and manufacture of site built, vertical, cylindrical, flat-bottomed, above ground, welded, steel tanks for the storage of liquids at ambient temperature and above. European committee for standardization. Brussels.
10. Chang, J., & Lin, C.-C. (2006). A study of storage tank accidents. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 19(1), 51–59. doi: 10.1016/j.jlp.2005.05.015.
11. Pichugin, S. F., & Klochko, L. A. (2019). Accidents Analysis of Steel Vertical Tanks ICBI 2019. *Proceedings of the 2nd International Conference on Building Innovations* (pp. 193–204). doi: 10.1007/978-3-030-42939-3_21.
12. Zdravkov, L., et al. (2020). Typical damage in steel storage tanks in operation. *Procedia Structural Integrity*, 22, 291–298. doi: 10.1016/j.prostr.2020.01.037.
13. Galkin, P. V., Spiridonov, V. P., Kopylov, A. A., & Bazhenov, S. A. (2020) Ensuring fire safety at fuel and energy facilities through engineering and geodetic control. *Markshejderiya i nedropol'zovanie [Mine Surveying and Subsoil Use]*, 5(109), 17–21 [in Russian].
14. Modern method of checking for VST deformations. (n. d.). Retrieved from <https://zen.yandex.ru/media/id/5d53b415ec575b00ada3bb66/sovremennyi-metod-proverki-na-deformacii-rvs-5d763c28f73d9d00ae3d3d6b> [in Russian].
15. A modern method for checking the deformation of oil tanks using 3D laser scanning. (n. d.). Retrieved from <https://lazer.rf/2019/11/29/15085/LAZERNOESKANIROVANIE29.11.2019158>.
16. Technologies for monitoring and calibration of storage tanks for oil and oil products. (n. d.). Retrieved from <https://www.youtube.com/watch?v=rBDFI33VdUs> [in Russian].
17. Verification and calibration of tanks by laser scanning. (n. d.). Retrieved from <http://www.souzgiprozem.ru/izyskaniya-graduirovka-reservuarov-nalivnyh.html> [in Russian].
18. Laser scanning and 3D modeling in industry. (n. d.). Retrieved from <https://www.promgeo.com/services/engineering/industrial/> [in Russian].
19. Application of laser scanning in the monitoring of oil reservoirs. (n. d.). Retrieved from <https://laserscanningeng.ru/blog/primenenie-lazernogo-skanirovaniya-pri-monitoringe-neftyanyh-rezervuarov/> [in Russian].
20. 3D laser scanning and calibration of RVSPK-100000 tanks on the coast of Chikhachev Bay, Sea of Japan. (n. d.). Retrieved from https://www.ngce.ru/pg_projects255.html [in Russian].
21. Monitoring and inspection of Leica MS60 and Leica RTC360 tanks. (n. d.). Retrieved from https://kzsection.info/green/monitoring-i-inspektirovanie-rezervuarov-rvs-bullity-leica-ms60-i-leica-rtc360/035_caWsqq5pq3k.html [in Russian].
22. Kotel'nikov, S. I. (2016). Application of laser scanning technology for monitoring oil tanks. *Markshejderskiy vestnik [Mine Surveying Bulletin]*, 2, 1–5 [in Russian].

23. Ivanov, V. A., & Feshchenko, A. A. (2018). Features of approaches to maintenance and repair of equipment in continuous production. *Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mashinostroenie, materialovedenie [Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Mechanical Engineering, Materials Science]*, 20(3), 82–89. doi: 10.15593/2224-9877/2018.3.10. [in Russian].
24. A new approach to the operation and repair of equipment at machine-building enterprises of the defense industry. (n. d.). Retrieved from <https://ufastanki.ru/sarticles/0/41> [in Russian].
25. Maintenance system from different points of view. (2013). *Elektroenergiya. Peredacha i raspredelenie [Electricity. Transmission and Distribution]*, 3, 10–14 [in Russian].
26. Kemerbaev, N. T. (2020). Geodetic information in the system of automated maintenance and repairs. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 25(4), 27–36. doi: 10.33764/2411-1759-2020-25-4-27-36 [in Russian].
27. Maximo Asset Management Documentation V 7.6.0.7. (n. d.). Retrieved from https://www.ibm.com/support/knowledgecenter/ru/SSLKT6_7.6.0.7/com.ibm.mam.doc/welcome.html.
28. Gorbatov, V. A. (2000). *Fundamental'nye osnovy diskretnoy matematiki. Informatsionnaya matematika [Fundamentals of discrete mathematics. Information Mathematics]*. Moscow: Nauka. Fizmatlit Publ., 544 p. [in Russian].
29. Strel'cov, V. I., & Mogil'nyj, S. G. (1989). *Marksheyderskoe obespechenie prirodopol'zovaniya nedr [Mine Surveying Support of Natural Resources Management]*. Moscow: Nedra Publ., 205 p. [in Russian].
30. Boyarshinov, S. V. (1973). *Osnovy stroitel'noy mekhaniki mashin [Fundamentals of structural mechanics of machines]*. Moscow: Mashinostroenie Publ., 456 p. [in Russian].
31. Vlasov, V. Z. (1962). *Izbrannye trudy. Obshchaya teoriya obolochek: T. 1 [Selected works. General shell theory: Vol. 1]*. Moscow: USSR Academy of Sciences Publ., 528 p. [in Russian].
32. Vlasov, V. Z. (1964). *Izbrannye trudy. Tonkostennyye prostranstvennyye sistemy: T. 3 [Selected works. Thin-walled spatial systems: Vol. 3]*. Moscow: USSR Academy of Sciences Publ., 472 p. [in Russian].
33. Shevchenko, F. L. (2007). *Mekhanika uprugikh deformiruemykh sistem: Ch. 2, Slozhnoe napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie [Mechanics of elastic deformable systems: Part 2, Complex stress-strain state]*. Doneck: DonNTU Publ., 306 p. [in Russian].

Received 27.02.2022

© A. A. Sholomitsky, N. T. Kemerbaev, S. G. Mogilny, S. N. Tsarenko, 2022