

УДК [551.2/.3:553.2]+528(470.324)  
DOI: 10.33764/2411-1759-2021-26-5-17-26

## ОЦЕНКА ГЕОДИНАМИЧЕСКОЙ СИТУАЦИИ ВОРОНЕЖСКОГО КРИСТАЛЛИЧЕСКОГО МАССИВА ПО ГЕОДЕЗИЧЕСКИМ ДАННЫМ

**Борис Тимофеевич Мазуров**

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плеханова, 10, доктор технических наук, профессор кафедры космической и физической геодезии, тел. (383)343-29-11, e-mail: btmazurov@mail.ru

**Андрей Алексеевич Панжин**

Институт горного дела Уральского отделения РАН, 620075, Россия, г. Екатеринбург, ул. Мамина-Сибиряка, 58, кандидат технических наук, ученый секретарь, тел (343)350-44-76, e-mail: panzhin@igduran.ru

**Динара Аманбековна Абжапарова**

Ошский государственный университет, 714000, Киргизия, г. Ош, ул. Ленина, 331, кандидат технических наук, доцент, тел. (996-03-222)5-46-65, e-mail: ada23121970@yandex.ru

Повторные геодезические измерения позволяют оценить такие геодезические элементы, как координаты, высоты, направления, а также представить дискретно поле векторов смещения геодезических пунктов. Полученные векторы позволяют согласно принятой модели определять напряженно-деформированное состояние земной поверхности. Есть обоснованное мнение о значительном присутствии в геодинамических процессах вращательных (вихревых) движений. Показано использование соответствующих алгоритмов для территории Воронежского кристаллического массива. Отдельно возможно вычислять дифференциальные характеристики векторного поля, называемые дивергенцией ( $\text{div}$ ) и ротором (вихрь,  $\text{rot}$ ,  $\text{curl}$ ). В статье предлагается определять поле ротора по дискретным геодезическим наблюдениям векторов смещений на поверхности изучаемой территории. Важнейшим продолжением данной исследовательской работы является методика математического моделирования геодинамических систем в прогнозных целях. Для исследования сложных (нелинейных) геодинамических процессов должна быть выбрана соответствующая математическая основа. Здесь обращено внимание на привлечение математических основ теории поля. Для оценки характеристик векторных полей при использовании повторных геодезических измерений может быть использован метод конечных элементов. Разбиение изучаемой территории на треугольники позволяет определять характеристики деформирования после вычисления элементов тензора деформации. В том числе, находится значение угловой скорости разворота треугольника относительно его центра тяжести. Далее легко вычислить значение ротора. Приведенный в статье пример реальных геодезических наблюдений на Воронежском кристаллическом массиве подтверждает возможность прогноза места готовящегося сейсмического события – землетрясения.

**Ключевые слова:** векторное поле, геодезические данные, геодинамические полигоны, метод конечных элементов, крайгинг, ротор

### **Введение**

Геодезические методы общепризнаны в связи с эффективностью количественной оценки движений земной поверхности, как плановых, так и высотных [1]. Отметим, что решение геодинамических задач нетривиально ввиду сложности самоорганизующейся природной системы, которой является Земля и ее приповерхностный слой [2]. Классические способы измерения до сих

пор применяются и иногда является единственно возможными. В случаях наблюдаемых территорий регионального и глобального масштаба наиболее эффективными являются ГНСС-технологии [3, 4], особенно для плановых измерений. Высокоточное определение отметок до сих пор выполняется более точно высокоточным геометрическим нивелированием [5]. Комплексный мониторинг перечисленными выше методами выполняется также на территориях,

испытывающих техногенное влияние, – в местах разработки полезных ископаемых, на крупных инженерных комплексах, в экологически опасных регионах и др. [4, 6, 7].

Оценка геодинамической ситуации территории предполагает математическую обработку геодезических измерений и ее интерпретацию. Существует множество результатов научных исследований на эту тему. В любом случае главным итогом изучения конкретного объекта является возможность прогноза. Собственно, это важнейшая цель любого мониторинга.

### Исходные данные и методика

Здесь рассмотрены возможности использования оценки вихревых поверхностных движений [8, 9] и построения поля ротора [10]. Ротор наряду с дивергенцией [6] является дифференциальной характеристикой векторного поля движений. Эти методы обладают новизной и направлены на качественное исследование движений на плоскости [11]. Для иллюстрации этих методов оценки геодинамической ситуации использованы результаты мониторинга по ГНСС-технологии. Это юг Урала – Воронежский кристаллический массив (ВКМ) (рис. 1). Мониторинг выпол-

нялся постоянно действующими ГНСС-станциями.

Также на исследуемом участке зафиксирован эпицентр сейсмического события, отнесенного к природным землетрясениям. Магнитуда землетрясения, произошедшего 31.03.2000, составила 3.9, глубина очага – 10 километров. По последствиям землетрясения такой магнитуды не представляют серьезной опасности, но они, являясь динамической реализацией предшествующих деформационных процессов, в определенной мере характеризуют современную геодинамическую активность района.

Всего на исследуемой территории, на площади размерами 200 × 300 км расположено 18 пунктов GNSS, которые производят накопление данных, что позволяет выполнить их высокоточную геодезическую привязку к общемировой сети IGS в режиме цикловых мониторинговых измерений. Вопрос возможности исследования современных геодинамических движений с использованием данных деформационного мониторинга, проводимых постоянно действующими станциями Global Navigation Satellite System (GNSS, ГНСС), неоднократно рассматривался в связи с исследованием современной геодинамики Уральского региона, вызванной как естественными, так и техногенными факторами [7].

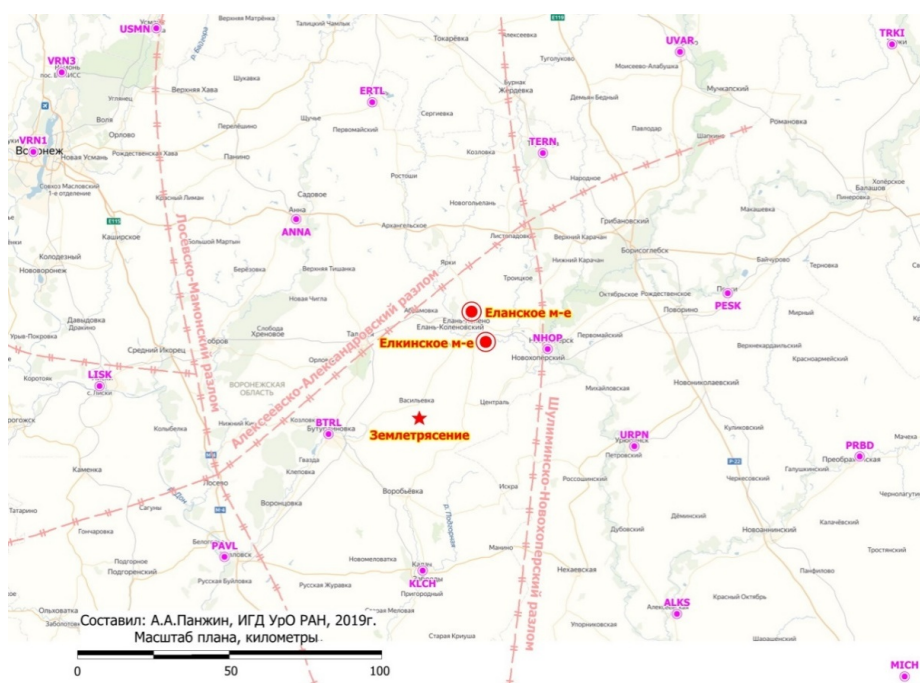


Рис. 1. Ситуационная карта расположения станций GNSS, по которым определялись современные геодинамические движения

Цикловые координаты станций GNSS, участвующих в геодинимическом мониторинге, определялись из трех серий суточных измерений. Сырые исходные данные в виде суточных RINEX с дискретностью накопления 30 секунд были предоставлены российскими компаниями, поддерживающими в районе ВКС сети постоянно действующих геодезических станций. В качестве исходных, в каждой серии, использовались 12–15 станций IGS, пространственные координаты которых и скорости сдвижений в различных системах отсчета периодически переопределяются с целью поддержки научных исследований в области изучения Земли. Обработка ГНСС-измерений производилась относительно сети геодезических станций, расположенных на территории России, Украины и Турции, с использованием онлайн-сервиса AUSPOS. Погрешность определения координат мониторинговых пунктов в горизон-

тальной плоскости, по результатам камеральной обработки, составляет, в 95-процентном доверительном интервале, 3–4 мм для каждой серии суточных наблюдений.

Годовые скорости векторов трендовых движений пунктов были определены на основе анализа изменений их пространственных приращений координат  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ , происшедших в промежутках между повторными циклами измерений (таблице), и представлены на рис. 2. Направления и величины векторов достаточно однородны, что отражает общее преимущественно восточное трендовое направление литосферной плиты, включающей ВКМ.

Как видно из таблицы, на исследуемом участке, на фоне трендовой составляющей, также отмечается неоднородность скоростей геодинимических движений в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

Геодинимические движения пунктов GNSS за период наблюдений 20.03.2019–09.10.2019 (203 суток)

| Станция GNSS | Координаты станции |             | Геодинимические движения, мм/год |            |            |      |      |
|--------------|--------------------|-------------|----------------------------------|------------|------------|------|------|
|              | В (широта)         | L (долгота) | $\Delta B$                       | $\Delta L$ | $\Delta H$ | 2D   | 3D   |
| PESK         | 51°15'13"          | 42°27'25"   | 11.3                             | 27.8       | 21.0       | 30.0 | 36.6 |
| NHOP         | 51°05'28"          | 41°36'24"   | 3.7                              | 39.0       | 23.9       | 39.2 | 45.9 |
| TERN         | 51°41'07"          | 41°35'34"   | 6.8                              | 34.1       | 4.9        | 34.8 | 35.1 |
| MIHA         | 50°04'49"          | 43°13'53"   | 8.3                              | 30.0       | 4.2        | 31.1 | 31.4 |
| PAVL         | 50°27'39"          | 40°05'55"   | 4.1                              | 34.6       | 5.4        | 34.9 | 35.3 |
| VRN3         | 51°55'07"          | 39°17'45"   | 6.5                              | 37.8       | -1.2       | 38.3 | 38.3 |
| ALKS         | 50°17'06"          | 42°11'21"   | 7.4                              | 38.7       | 12.5       | 39.4 | 41.3 |
| ANNA         | 51°29'07"          | 40°25'21"   | 14.1                             | 32.2       | 15.0       | 35.1 | 38.2 |
| BTRL         | 50°50'09"          | 40°34'41"   | 14.8                             | 42.2       | 5.4        | 44.8 | 45.1 |
| ERTL         | 51°50'24"          | 40°46'53"   | 5.2                              | 34.8       | 3.6        | 35.2 | 35.4 |
| KLCH         | 50°25'22"          | 41°01'00"   | 9.3                              | 35.0       | 5.4        | 36.2 | 36.6 |
| LISK         | 50°58'21"          | 39°30'22"   | 7.8                              | 35.8       | -2.4       | 36.6 | 36.7 |
| PRBD         | 50°44'56"          | 43°03'21"   | 6.3                              | 40.9       | 0.6        | 41.4 | 41.4 |
| TRKI         | 51°59'33"          | 43°16'19"   | 5.6                              | 41.2       | 6.0        | 41.5 | 42.0 |
| URPN         | 50°47'42"          | 42°00'22"   | 6.1                              | 29.9       | hurr       | 30.5 | hurr |
| USMN         | 52°03'29"          | 39°44'43"   | 7.8                              | 35.8       | 3.0        | 36.6 | 36.7 |
| UVAR         | 51°59'10"          | 42°15'22"   | 6.5                              | 36.7       | 13.3       | 37.2 | 39.5 |
| VRN1         | 51°40'36"          | 39°10'13"   | 8.7                              | 39.5       | 7.8        | 40.5 | 41.2 |

Как видно из таблицы, на исследуемом участке, на фоне трендовой составляющей, также отмечается неоднородность скоростей геодинимических движений в горизонтальной и вертикальной плоскостях.



Рис. 2. Векторы трендовых горизонтальных современных геодинамических движений

### Результаты

Определено и графически построено освобожденное от трендовой составляющей поле векторов геодинамических движений исследуемой территории ВКМ, в котором визуально определяются вихревые сдвигания (рис. 3). Важность визуализации вихревых

(ротационных) геодинамических движений [8, 9] объясняется тем, что границы вихрей формируются по границам крупных подвижных структурных нарушений, что позволяет идентифицировать активные тектонические структуры района.

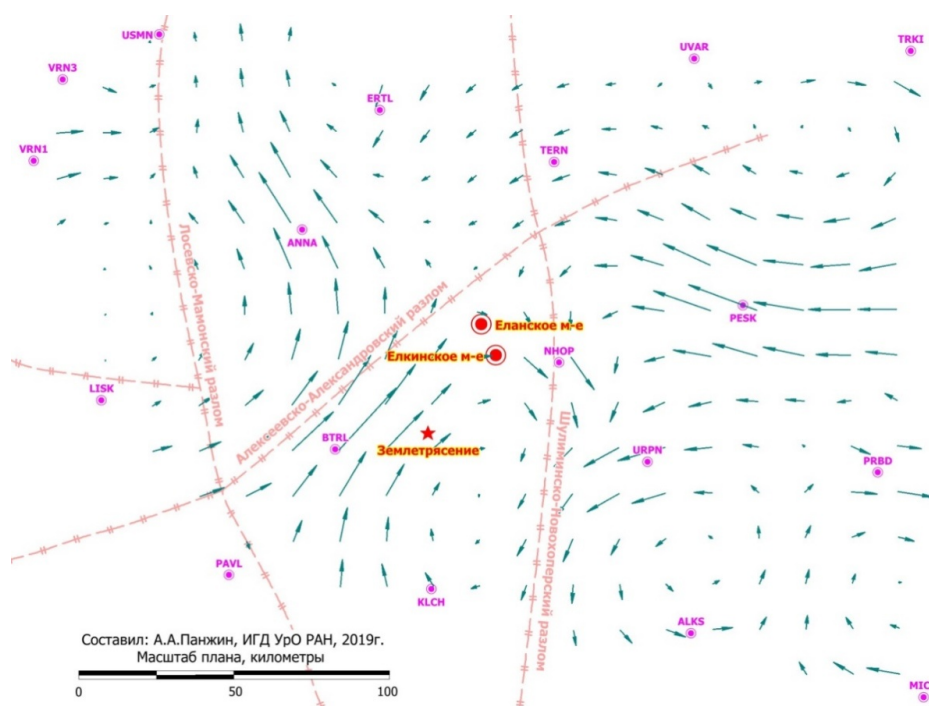


Рис. 3. Вихревые движения на исследуемой территории



Важной характеристикой векторного поля геодинамических движений является дивергенция, которая характеризует степень сходимости или расходимости векторного потока, знание закономерностей распределения ее характеристик позволяет идентифицировать источники формирования и стока деформационных процессов и определить их пространственное положение. Разработан и алгоритмически реализуется математический аппарат [6], позволяющий определять дивергенцию по результатам исходных данных [12], представленных как в виде равномерной Крайгинг-модели [13], так и в виде данных, представленных в вершинах единичных элементов триангуляции Делоне.

Теоретические и практические результаты исследования векторных полей основаны на теории дифференциальных уравнений [14–17]. Некоторые достижения ученых в математической теории поля [14, 15] могут быть использованы не только для описания течений в жидкостях и газах, но и для изучения потоков вещества в мантии и ядре Земли. Существуют обоснованные теоретически алгоритмы при исследовании деформаций в сильно текущих горных породах осадочного покрова и в массах пород, испытывающих региональный метаморфизм в глубине земной коры. Сложнейшие деформации слоев в гнейсах развивались при значительном протекании масс, закономерности которых можно понять, лишь опираясь на математическую теорию потоков в жидкостях. Эта же теория вполне применима и для познания роли магматических расплавов в развитии тектонических процессов, а также может быть использована для изучения современных смещений крупных деформированных массивов приповерхностных структур земной коры.

В статье [6] предложен алгоритм определения одной из дифференциальных характеристик точек векторных полей – дивергенции (div). Алгоритм определения связан с фактом возможности периодических дискретных геодезических наблюдений векторов смещений на поверхности изучаемой территории. Необходимое для дальнейших вычислений векторное поле восстанавливается аппроксимацией полиномиальными моделями с неизбежной, но не критичной, методической погрешностью. Коэффициенты полиномов вычисля-

ются по упомянутым выше дискретным геодезическим измерениям приращений координат пунктов, распределенных на территории изучаемого объекта. Полученные уравнения векторного поля позволяют вычислять векторы смещений в любой точке территории, формировать векторные трубки малого объема и вычислять дивергенцию [6].

Второй дифференциальной характеристикой при рассмотрении циркуляции векторного поля является ротор (вихрь, rot, curl).

В качестве интуитивного образа ротора можно использовать представление о вращении брошенной в поток маленькой пылинки (увлекаемой потоком с собой, без его заметного возмущения) или о вращении помещенного в поток с закрепленной осью маленького (без инерции, вращаемого потоком, заметно не искажая его) колеса с прямыми (не винтовыми) лопастями. Если то или другое при взгляде на него вращается против часовой стрелки, то это означает, что вектор ротора поля скорости потока в данной точке имеет положительную проекцию в направлении на нас.

Для физической интерпретации вспомним теорему Коши – Гельмгольца, согласно которой распределение скоростей сплошной среды вблизи точки  $O$  задается уравнением

$$v(r) = v_O + \omega r + \nabla\phi + o(r),$$

где  $\omega$  – вектор углового вращения элемента среды в точке  $O$ ;  $\phi$  – квадратичная форма от координат – потенциал деформации элемента среды.

Таким образом, движение сплошной среды вблизи точки  $O$  складывается из поступательного движения (вектор  $v_O$ ), вращательного движения (вектор  $\omega r$ ) и потенциального движения – деформации (вектор  $\nabla\phi$ ). Применяя к формуле Коши – Гельмгольца операцию ротора, получим, что в точке  $O$  справедливо равенство  $\text{rot} = 2\omega$  и, следовательно, можно заключить, что когда речь идет о векторном поле, являющемся полем скоростей некоторой среды, ротор этого векторного поля в заданной точке равен удвоенному вектору углового вращения элемента среды с центром в этой точке.

Если некоторая территория исследуется в геодинамическом отношении, очень важную информацию о движениях земной поверхности дают геодезические методы. Рассмотрим

возможность восстановления поля ротора векторного поля по результатам повторных геодезических наблюдений на примере Воронежского кристаллического массива.

В геодинамических исследованиях часто актуальны вопросы изучения вращательных, вихревых движений [8, 9]. Основой нашего ана-

лиза данных о горизонтальных смещениях являлись метод конечных элементов и современные компьютерные программы визуализации поверхности, в частности Surfer. Вся территория разбивается на конечные элементы – треугольники [12], вершины которых являются пунктами наблюдательной сети (рис. 4).

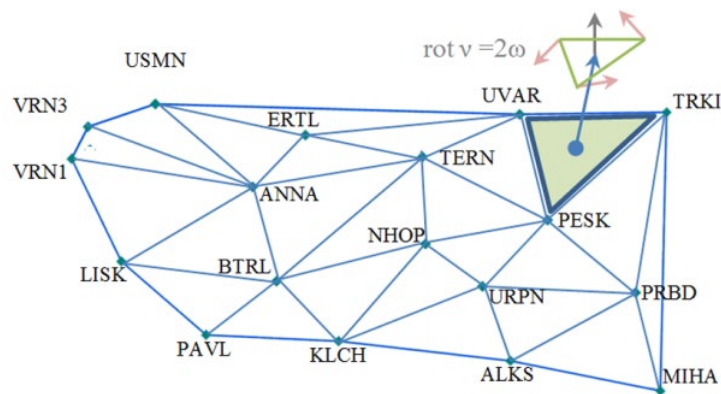


Рис. 4. Разбиение территории на конечные элементы

В контексте нашей задачи для каждого треугольника по координатам вершин и их смещениям вычисляется инвариантная характеристика – угловая скорость  $\omega$ . Для геометрического центра треугольника значение ротора определяется по упомянутой выше формуле  $\text{rot} = 2\omega$ . По полученным значениям путем интерполяции может быть построена цифровая модель поля ротора векторного поля. Для этого может быть использован, например, метод крайгинга (Krige) [13].

При вычислении использовались формулы для оценки параметров модели локально-однородной деформации для плоскости. В вычислении для ротора каждого треугольного конечного элемента исходными данными были плоские координаты  $x, y$  и величины смещений вершин треугольника  $u_x, u_y$

$$\left. \begin{aligned} u_{x_i} &= e_{10} + e_{11}x_i + e_{12}y_i; \\ u_{y_i} &= e_{20} + e_{21}x_i + e_{22}y_i; \\ u_{x_j} &= e_{10} + e_{11}x_j + e_{12}y_j; \\ u_{y_j} &= e_{20} + e_{21}x_j + e_{22}y_j; \\ u_{x_k} &= e_{10} + e_{11}x_k + e_{12}y_k; \\ u_{y_k} &= e_{20} + e_{21}x_k + e_{22}y_k. \end{aligned} \right\} (1)$$

Система (1) состоит из шести линейных уравнений с шестью неизвестными – коэффициентами линейной модели перемещений:

$$e = [e_{10} \ e_{11} \ e_{12} \ e_{20} \ e_{21} \ e_{22}]^T.$$

$$\left. \begin{aligned} e_{11} &= \frac{(u_{x_1} - u_{x_2})(y_1 - y_3) - (u_{x_1} - u_{x_3})(y_1 - y_2)}{(x_1 - x_2)(y_1 - y_3) - (x_1 - x_3)(y_1 - y_2)}; \\ e_{12} &= \frac{(u_{x_1} - u_{x_2})(x_1 - x_3) - (u_{x_1} - u_{x_3})(x_1 - x_2)}{(y_1 - y_2)(x_1 - x_3) - (y_1 - y_3)(x_1 - x_2)}; \\ e_{21} &= \frac{(u_{y_1} - u_{y_2})(y_1 - y_3) - (u_{y_1} - u_{y_3})(y_1 - y_2)}{(x_1 - x_2)(y_1 - y_3) - (x_1 - x_3)(y_1 - y_2)}; \\ e_{22} &= \frac{(u_{y_1} - u_{y_2})(x_1 - x_3) - (u_{y_1} - u_{y_3})(x_1 - x_2)}{(y_1 - y_2)(x_1 - x_3) - (y_1 - y_3)(x_1 - x_2)}. \end{aligned} \right\} (2)$$

$$\left. \begin{aligned} e_{10} &= u_{x_1} - e_{11}x_1 - e_{12}y_1; \\ e_{20} &= u_{y_1} - e_{21}x_1 - e_{22}y_1. \end{aligned} \right\}$$

Инвариантные (независящие от начала системы координат и ориентации ее осей) свойства конечного элемента отражают четыре коэффициента (2). Они обычно записываются в виде квадратной матрицы – тензора деформации

$$T = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{pmatrix}.$$

В тензоре  $T$  выделяется симметричная часть  $T_\varepsilon$ , отражающая чистую деформацию конечного элемента, и кососимметричная часть  $T_\omega$ , отражающая вращение конечного элемента как абсолютно твердого тела

$$T = T_\varepsilon + T_\omega;$$

$$T_\varepsilon = \begin{pmatrix} e_{11} & \frac{e_{12} + e_{21}}{2} \\ \frac{e_{21} + e_{12}}{2} & e_{22} \end{pmatrix};$$

$$T_\omega = \begin{pmatrix} 0 & \frac{e_{12} - e_{21}}{2} \\ \frac{e_{21} - e_{12}}{2} & 0 \end{pmatrix}.$$

Разворот треугольного конечного элемента вычисляется как

$$\omega = \frac{e_{12} - e_{21}}{2}; \omega'' = \rho'' \omega.$$

Для жесткого плоского тела умножение  $\omega$  на 2 дает значение ротора и его направление (плюс – вверх; минус – вниз от площадки).

Результаты определения поля роторов каждого конечного элемента и интерполяция на всю территорию исследуемого Воронежского кристаллического массива представлены на рис. 5, 6.

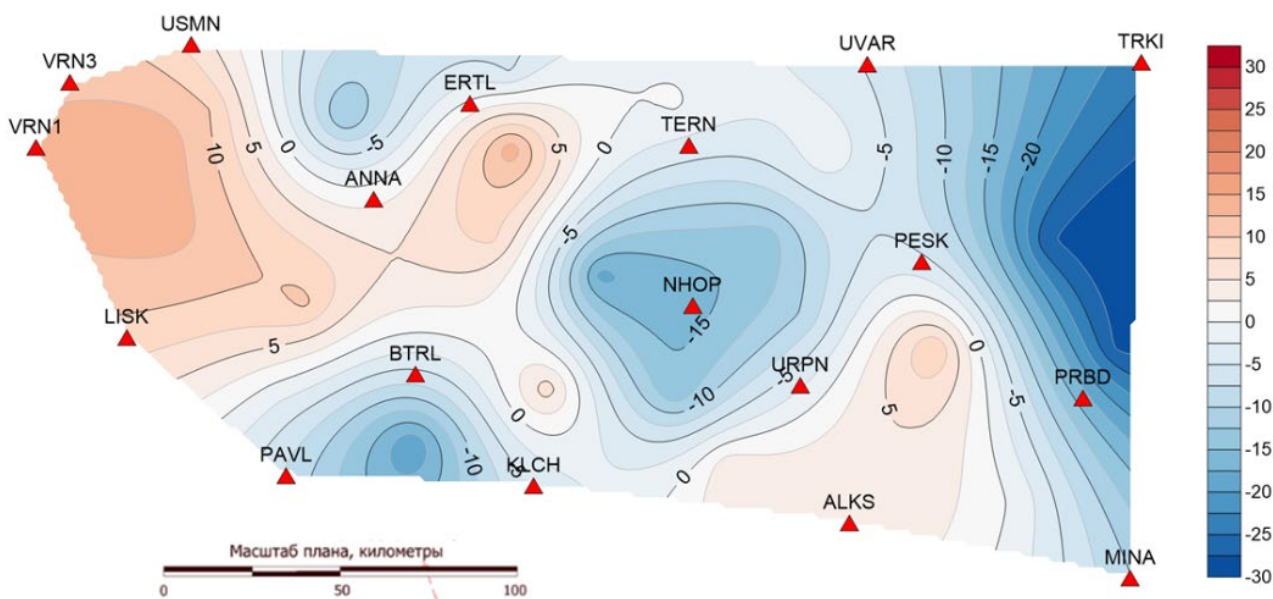


Рис. 5. Поле ротора поверхностных движений в изолиниях

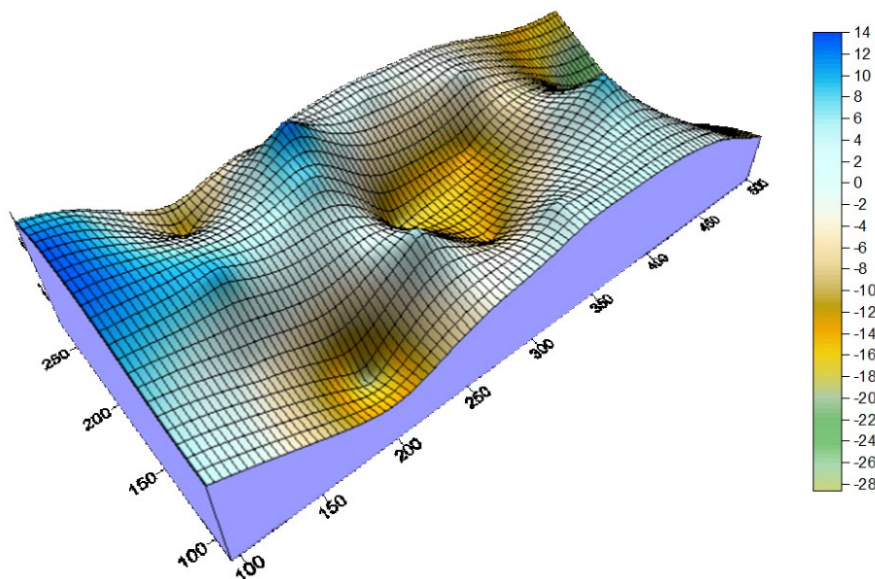


Рис. 6. Поле ротора поверхностных движений в 3Д-представлении

Возвышенности поверхности соответствуют положительному знаку (направление ротора вверх), впадины – отрицательному знаку (направление ротора вниз).

### Заключение

Определение такого свойства поля роторов с достаточной уверенностью говорит о возможности нахождения одного из важнейших предвестников готовящихся землетрясений, а именно – его места. Заметим, что этот результат совпадает с выводами в работе [7]. И он в очередной раз подтверждает значимость геодезического метода, ГНСС-определений в вопросе решения проблемы современных движений земной коры и прогноза землетрясений.

Благодарности: авторы выражают глубокую признательность коллективам компаний: Эффективные технологии EFT ([www.eftgroup.ru](http://www.eftgroup.ru)), NIVE ([www.hive.geosystems.aero](http://www.hive.geosystems.aero)), Геостройизыскания ГСИ ([www.gsi.ru](http://www.gsi.ru)), АО «ПРИН» ([www.prin.ru](http://www.prin.ru)) за предоставленные исходные данные и содействие при выполнении исследований.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Мазуров Б. Т., Кафтан В. И. Обзор развития геодинамики и геодезических методов решения геодинимических задач // Геодезия и картография. – 2020. – Т. 81, № 2. – С. 25–39.
2. Мазуров Б. Т. Геодинимические системы (теоретические основы качественного исследования горизонтальных движений) // Вестник СГУГиТ. – 2016. – Вып. 1 (33). – С. 26–35.
3. Уткин В. И., Белоусова А. А., Тягунов Д. С., Баландин Д. В. Исследование геодинамики Северного и Среднего Урала по данным GPS // Доклады Академии наук. – 2010. – Т. 431, № 2. – С. 246–251.
4. Кузьмин Ю. О. Идентификация результатов повторных геодезических наблюдений при оценке геодинимической опасности объектов недропользования // Вестник СГУГиТ. – 2018. – Т. 23, № 4. – С. 46–64.
5. Дорогова И. Е., Кобелева Н. Н. Исследование и моделирование движений земной коры в окрестностях действующего вулкана по результатам повторного высокоточного нивелирования // Вестник СГУГиТ. – 2020. – Т. 25, № 1. – С. 16–27.
6. Мазуров Б. Т., Мустафин М. Г., Панжин А. А. Метод оценки дивергенции векторных полей деформаций земной поверхности при разработке месторождений полезных ископаемых // Записки Горного института. – 2019. – Т. 238, № 4. – С. 376–382.



7. Панжин А. А. Экспериментальные исследования и визуализация современных тектонических движений восточной части Воронежского кристаллического массива // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Геология. – 2020. – № 4. – С. 4–11.
8. Викулин А. В. Ротационные волны в блоковых вращающихся средах (на примере геологической среды) // Процессы в геосредах. – 2016. – № 7. – С. 194–206.
9. Викулин А. В. Мир вихрей. – Петропавловск-Камчатский : КамчатГТУ, 2008. – 230 с.
10. Мазуров Б. Т. Алгоритм оценки ротора векторных полей движений земной поверхности по геодезическим данным // Геодезия и картография. – 2019. – Т. 80, № 7. – С. 51–56.
11. Баутин Н. Н., Леонтович Е. А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. – М. : Наука, 1990. – 486 с.
12. Маркович К. И. Влияние конфигурации конечных элементов на точность определения компонентов деформации // Вестник СГУГиТ. – 2019. – Т. 24, № 3. – С. 37–51.
13. Krige D. G. A statistical approach to some mine valuations and allied problems at the Witwatersrand : Master's thesis. – South Africa: University of Witwaterstand, 1951.
14. Гзовский М. В. Математика в геотектонике. – М. : Недра, 1971. – 240 с.
15. Гольдфайн И. А. Векторный анализ и теория поля. – М. : Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1968. – 128 с.
16. Derrick W. R., Grossman S. I. Elementary differential equations with applications. – 2nd. ed. – Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1981. – 532 p.
17. Spiegel M. R. Applied differential equations. – Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1981. – 654 p.

Получено 19.04.2021

© Б. Т. Мазуров, А. А. Панжин, Д. А. Абжапарова, 2021

## ASSESSMENT OF THE GEODYNAMIC SITUATION OF THE VORONEZH CRYSTALLINE MASSIF FROM GEODETIC DATA

***Boris T. Mazurov***

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, D. Sc., Professor, Department of Space and Physical Geodesy, phone: (383)343-29-11, e-mail: btmazurov@mail.ru

***Andrey A. Panzhin***

Institute of Mining of the Ural Branch of the Russian Academy Sciences (IM UB RAS), 58, Mamin-Sibiriak St., Ekaterinburg, 620075, Russia, Ph. D., Scientific Secretary, phone: (343)350-44-76, e-mail: panzhin@igduran.ru

***Dinara A. Abzhaparova***

Osh State University, 331, Lenin St., Osh, 714000, Kyrgyzstan, Ph. D., Associate Professor, phone: (996-03-222)5-46-65, e-mail: ada23121970@yandex.ru

Repeated geodetic measurements allow you to evaluate such geodetic elements as coordinates, heights, and directions. And also represent discretely the field of displacement vectors of geodesic points. The obtained vectors allow us to determine the stress-strain state of the earth's surface according to the accepted model. There is a reasonable opinion about the significant presence of rotational (vortex) movements in geodynamic processes. Here, the corresponding algorithms are used for the territory of the Voronezh Crystal massif. Separately, it is possible to calculate the differential characteristics of the vector field, called divergence (div) and rotor (vortex, rot, curl). The article proposes to determine the rotor field from discrete geodetic observations of displacement vectors on the surface of the studied territory. The most important continuation of this research work is the method of mathematical modeling of geodynamic systems for predictive purposes. For the study of complex (nonlinear) geodynamic processes, an appropriate mathematical basis should be chosen. Here, attention is drawn to the involvement of the mathematical foundations of field theory. To evaluate the characteristics of vector fields when using repeated geodetic measurements, the method of finite elements can be used. Dividing the territory under study into triangles allows us to determine the deformation characteristics after calculating the elements of the strain tensor. In particular, the value of the angular velocity of the triangle rotation relative to its center of gravity is found. Next, it is easy to calculate the value of the rotor. The example

given in the article of real geodetic observations on the Voronezh crystal massif confirms the possibility of predicting the location of an upcoming seismic event – an earthquake.

**Keywords:** Vector field, geodesic data, geodynamic polygons, finite element method, kriging, rotor

## REFERENCES

1. Mazurov, B. T., & Kaftan, V. I. (2020). Review of the development of geodynamics and geodetic methods for solving geodynamic problems. *Geodeziya i kartografiya [Geodesy and Cartography]*, 81(2), 25–39 [in Russian].
2. Mazurov, B. T. (2016). Geodynamic systems (theoretical foundations of the qualitative study of horizontal movements). *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 1(33), 26–35 [in Russian].
3. Utkin, V. I., Belousova, A. A., Tyagunov, D. S., & Balandin, D. V. (2010). A study of the geodynamics of the Northern and Middle Urals according to GPS data. *Doklady Akademii nauk [Reports of the Academy of Sciences]*, 431(2), 246–251 [in Russian].
4. Kuzmin, Yu. O. (2018). Identification of the results of repeated geodetic observations when assessing the geodynamic hazard of subsoil use objects. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 23(4), 46–64 [in Russian].
5. Dorogova, I. E., & Kobeleva, N. N. (2020). Research and modeling of movements of the earth's crust in the vicinity of an active volcano based on the results of repeated high-precision leveling. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 25(1), 16–27 [in Russian].
6. Mazurov, B. T., Mustafin, M. G., & Panzhin, A. A. (2019). A method for assessing the divergence of vector fields of deformations of the earth's surface in the development of mineral deposits. *Zapiski Gornogo instituta [Notes of the Mining Institute]*, 238(4), 376–382 [in Russian].
7. Panzhin, A. A. (2020). Experimental studies and visualization of modern tectonic movements in the eastern part of the Voronezh crystalline massif. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Geologiya [Voronezh State University Bulletin. Series: Geology]*, 4, 4–11 [in Russian].
8. Vikulin, A. V. (2016). Rotational waves in block rotating media (for example, geological environment). *Protsessy v geosredakh [Processes in Geomedia]*, 7, 194–206.
9. Vikulin, A. V. (2008). *Mir vihrej [A world of whirlwinds]*. Petropavlovsk-Kamchatsky: Kamchatka State Technical University Publ. 230 p. [in Russian].
10. Mazurov, B. T. (2019). Algorithm for evaluating the rotor of vector fields of movements of the earth's surface according to geodesic data. *Geodeziya i kartografiya [Geodesy and Cartography]*, 80(7), 51–56 [in Russian].
11. Bautin, N. N., & Leontovich, E. A. (1990). *Metody i priemy kachestvennogo issledovaniya dinamicheskikh sistem na ploskosti [Methods and techniques for the qualitative study of dynamical systems on a plane]*. Moscow: Nauka Publ., 486 p. [in Russian].
12. Markovich, K. I. (2019). Influence of the configuration of finite elements on the accuracy of determining the components of deformation. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 24(3), 37–51 [in Russian].
13. Krige, D. G. (1951). A statistical approach to some mine valuations and allied problems at the Witwatersrand. Master's thesis. South Africa: University of Witwaterstand.
14. Gzovskiy, M. V. (1971). *Matematika v geotektonike [Mathematics in geotectonics]*. Moscow: Nedra Publ., 240 p. [in Russian].
15. Gol'dfajn, I. A. (1968). *Vektornyj analiz i teoriya polya [Vector analysis and field theory]*. Moscow: Nauka, Glavnaya redakciya fiziko-matematicheskoy literatury Publ, 128 p. [in Russian].
16. Derrick, W. R., & Grossman, S. I. (1981). *Elementary differential equations with applications*. (2nd ed.). Reading, Mass.: Addison-Wesley, 532 p.
17. Spiegel, M. R. (1981). *Applied differential equatons*. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 654 p.

Received 19.04.2021

© B. T. Mazurov, A. A. Panzhin, D. A. Abzhaparova, 2021