

# ЗЕМЛЕУСТРОЙСТВО, КАДАСТР И МОНИТОРИНГ ЗЕМЕЛЬ



УДК 528.236.4:528.44

DOI: 10.33764/2411-1759-2021-26-5-126-134

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ И УРАВНИВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ПОСТРОЕНИЙ, ПРЕДНАЗНАЧЕННЫХ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ТРЕХМЕРНОГО КАДАСТРА

### *Евгений Ильич Аврунев*

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плеханова, 10, кандидат технических наук, доцент, советник при ректорате по научной деятельности, тел. (383)344-31-73, e-mail: kadastr204@yandex.ru

### *Артур Ильгизович Гиниятов*

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плеханова, 10, аспирант кафедры кадастра и территориального планирования, тел. (913)767-73-49, e-mail: ita1095@mail.ru

### *Анатолий Иванович Каленицкий*

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плеханова, 10, доктор технических наук, профессор кафедры космической и физической геодезии, тел. (913)767-73-49, e-mail: kadastr204@yandex.ru

В статье предложен основанный на методе наименьших квадратов математический алгоритм предвычисления необходимой точности измерений в пространственном геодезическом построении, предназначенном для выполнения кадастровых работ при ведении 3D-кадастра в территориальном образовании. Предложенный алгоритм позволяет, исходя из заданной нормативной точности взаимного положения объектов недвижимости в кадастровом квартале, выбрать необходимое технологическое измерительное оборудование для построения на местности пространственной межевой сети сгущения (МСС) для геодезического обеспечения кадастровых работ. Использование разработанного алгоритма при уравнивании результатов геодезических измерений обеспечит достоверность вычисляемых параметров объектов капитального строительства и создание на их основе единого геопространства, необходимого для решения разнообразных научно-технических задач, соответствующего территориального образования.

**Ключевые слова:** 3D-кадастр, объекты недвижимости, алгоритм, матрица, межевая сеть сгущения, параметры, координаты, пространственная система координат, средняя квадратическая ошибка, нормативная точность

### *Введение*

Одним из основных направлений создания 3D-кадастра в Российской Федерации является разработка его геодезического обеспечения, основная задача которого заключается в определении пространственного положения объектов недвижимости (ОН) в territori-

альном образовании с заданной нормативной точностью.

Ведущими российскими учеными в области создания единого геопространства территориального образования и построения пространственных геодезических сетей для его обеспечения выполнены фундаментальные научные исследования [1–11]. Однако применительно

к геодезическому обеспечению кадастровых работ, особенно, выполняемых при создании 3D-кадастра, ряд научно-технических вопросов не получил окончательного решения.

Одним из основных, на наш взгляд, не реализованных в настоящее время научных направлений, является проектирование межевой сети сгущения (МСС), которая должна позволять с заданной нормативной точностью определять пространственное положение совокупности объектов недвижимости в кадастровом квартале соответствующего территориального образования. Исходя из этого концептуального положения, актуальной научно-технической задачей является разработка математического алгоритма и его компьютерной реализации для предвычисления необходимой точности измерений при проектировании, а затем и построении в кадастровом квартале пространственной МСС, относительно пунктов которой в дальнейшем будут координироваться характерные точки, определяющие в пространственной системе координат местоположение объектов недвижимости (объектов капитального строительства (ОКС) и земельных участков).

Математический алгоритм должен обеспечивать решение данной научно-технической задачи применительно к пространственным геодезическим построениям произвольной конфигурации и структуры. Кроме этого, он должен соответствовать вычислительной

схеме, которая в дальнейшем будет реализовываться при математической обработке результатов натурных геодезических измерений и вычислении урavnненных координат определяемых пунктов МСС в пространственной системе координат.

### Решение поставленной научно-технической задачи

В соответствии с работой [12, 13] средняя квадратическая ошибка (СКО) взаимного положения характерных точек, определяющих в пространственной системе координат местоположение объектов капитального строительства (ОКС), должна быть не грубее значения

$$m_{\text{ОКС}} = \sqrt{m_{x,y}^2 + m_H^2} = \sqrt{5_{\text{см}}^2 + 5_{\text{см}}^2} = 7,1 \text{ см.} \quad (1)$$

Установление такого допуска обеспечит, в случае необходимости, заданную нормативную точность восстановления утраченных характерных точек (ХТ), закрепляющих на местности границы земельного участка, на котором располагается ОКС.

Задаваясь таким допуском, нормативная точность определения параметров МСС в пределах заданного кадастрового квартала в пространственной системе координат будет определяться по формуле

$$m_{(X,Y,Z)_{\text{НОРМ}}} = \frac{m_{\text{ОКС}}}{t} = \frac{\sqrt{m_{X,Y}^2 + m_Z^2}}{t} = \frac{\sqrt{5_{\text{см}}^2 + 5_{\text{см}}^2}}{2} = 3,6 \text{ см,} \quad (2)$$

где  $m_{X,Y}$  – СКО взаимного положения пунктов в плане;  $m_Z$  – СКО взаимного положения пунктов по высоте;  $t$  – коэффициент пренебрегаемого влияния ошибок исходных данных (который при доверительной вероятности  $\beta = 0,95$  рекомендуется принять  $t = 2$ ).

Точность параметров пространственного геодезического построения произвольной конструкции определяется при наличии корреляционной матрицы

$$K_{X,Y,Z} = \mu^2 \cdot (A^T \cdot P \cdot A)^{-1}, \quad (3)$$

где  $\mu$  – СКО единицы веса, которая на этапе оценки точности проекта, как правило, прини-

мается равной СКО измеренного горизонтального угла проектируемого измерительного технологического оборудования [14, 15]

$$\mu = m_{\beta}. \quad (4)$$

На этапе уравнивания результатов геодезических измерений она вычисляется по формуле

$$\mu_{\text{УРАВ}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n P \cdot V \cdot V}{r}}, \quad (5)$$

где  $P$  – веса выполненных измерений, вычисляемые по стандартным правилам метода

наименьших квадратов;  $V$  – поправки в измерения, получаемые в результате уравнивания пространственной геодезической сети;  $r$  – число избыточных измерений в геодезическом построении.

Совпадение результатов уравнивания (5) и априорно установленной точности проектируемого измерительного средства (4) оп-

ределяет достоверность выполненной оценки точности проекта геодезического построения.

Результатом уравнивания геодезических измерений в пространственном построении является вектор поправок к приближенным координатам определяемых пунктов  $\Delta X_{X,Y,Z}$ , вычисляемый по формуле

$$\Delta X_{X,Y,Z} = -\left(A^T \cdot P \cdot A\right)^{-1} \cdot A^T \cdot P \cdot L, \quad (6)$$

где  $L$  – вектор свободных членов уравнений поправок в измерения, выполненные в пространственном геодезическом построении и вычисляемые как разность между значением, вычисленным по приближенным координатам определяемых пунктов, и результатом измерений.

В исходных выражениях (3) и (6) элементы матрицы коэффициентов параметрических уравнений поправок  $A$ , которые относятся к горизонтальным углам и длинам линий, вычисляются в соответствии с уравнениями

$$\begin{aligned} V_{\beta_K} &= (a_{kj} - a_{ki}) \Delta X_K + (b_{kj} - b_{ki}) \Delta Y_K + a_{jk} \cdot \Delta X_J + b_{jk} \cdot \Delta Y_J - a_{ik} \cdot \Delta X_i - b_{ik} \cdot \Delta Y_i + l_{\beta}; \\ V_{L_{ij}} &= -\cos \alpha_{ij} \cdot \Delta X_i - \sin \alpha_{ij} \cdot \Delta Y_i + \cos \alpha_{ij} \cdot \Delta X_J + \sin \alpha_{ij} \cdot \Delta Y_J + l_L, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $V_{\beta}$ ,  $V_L$  – поправки в измеренные значения горизонтальных углов и длин линий, полученные в результате уравнивания;  $l_{\beta}$ ,  $l_L$  – сводные члены уравнений поправок, являющиеся компонентами вектора  $L$ ;  $k, i, j$  – индексы параметрического уравнения, соответствующие номерам пунктов, образующих запроектированные измерения;  $\Delta X_i, \Delta Y_i, \Delta X_J, \Delta Y_J, \Delta X_K, \Delta Y_K$  – поправки к приближенным значениям координат определяемых пунктов;  $a_{JK}, b_{JK}$  – коэффициенты уравнения поправок, вычисляемые по формулам

$$a_{jk} = \rho \frac{\sin \alpha_{jk}}{L_{jk}}; \quad b_{jk} = -\rho \frac{\cos \alpha_{jk}}{L_{jk}}, \quad (8)$$

где  $\alpha_{KJ}, L_{KJ}$  – соответственно дирекционный угол и длина линии между пунктами  $K$  и  $J$ .

Отметим, что на этапе априорной оценки точности проекта пространственной МСС свободные члены в уравнениях (7) отсутствуют и параметрические уравнения поправок превращаются в параметрические уравнения.

Для математической обработки результатов измерений в пространственной сети необходимо получить параметрическое уравнение поправок для вертикального угла  $v$ , который схематически показан на рис. 1.

Представим вертикальный угол  $v$  как функцию пространственных координат двух пунктов межевой сети сгущения  $O$  и  $A$ :

$$v = f(X_O, Y_O, Z_O, X_A, Y_A, Z_A) = \arctg \frac{Z_A - Z_O}{\sqrt{(X_A - X_O)^2 + (Y_A - Y_O)^2}}. \quad (9)$$

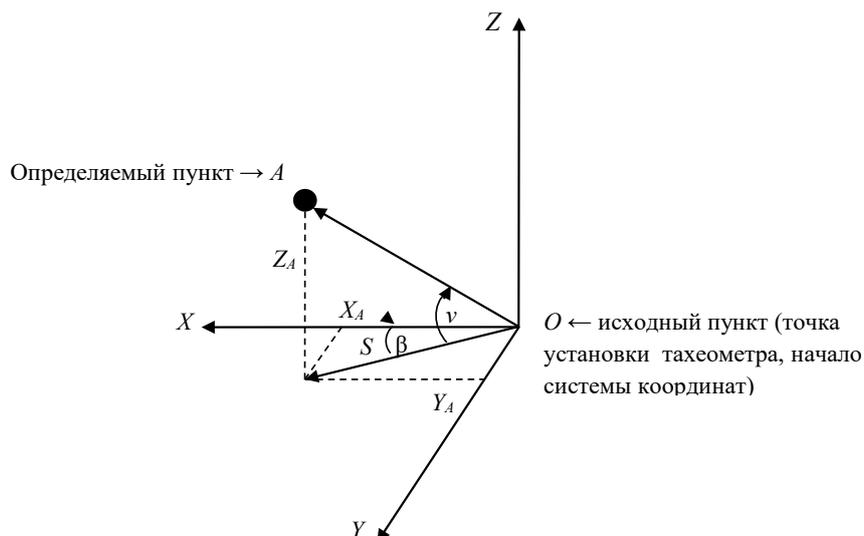


Рис. 1. Представление вертикального угла как функции пространственных координат двух пунктов МСС

Если начало системы координат перенести в пункт О, то уравнение (9) преобразуется к более простому виду

$$v = f(X_A, Y_A, Z_A) = \arctg \frac{Z_A}{\sqrt{X_A^2 + Y_A^2}}. \quad (10)$$

В общем виде параметрическое уравнение поправок для вертикального угла будет выглядеть как

$$V_v = \left( \frac{df}{dX_A} \right) \Delta X_A + \left( \frac{df}{dY_A} \right) \Delta Y_A + \left( \frac{df}{dZ_A} \right) \Delta Z_A + l_v, \quad (11)$$

где значения частных производных по соответствующим параметрам (коэффициенты параметрического уравнения поправок) могут быть вычислены по формулам

$$\begin{aligned} \frac{df}{dX_A} &= - \frac{X_A \cdot Z_A}{(X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2) \cdot \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}}; \\ \frac{df}{dY_A} &= - \frac{Y_A \cdot Z_A}{(X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2) \cdot \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}}; \\ \frac{df}{dZ_A} &= \frac{\sqrt{X_A^2 + Y_A^2}}{(X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2)}. \end{aligned} \quad (12)$$

В пространственной МСС результаты измерений могут быть представлены вектором, который состоит из трех подвекторов:

$$y = \{y_\beta, y_\gamma, y_L\}^T = \{\beta_1, \beta_2 \dots \beta_n; \gamma_1, \gamma_2 \dots \gamma_n; L_1, L_2 \dots L_n\}^T, \quad (13)$$

где  $n$  – число пунктов МСС, на которых выполнены традиционные наземные геодезические измерения.

Веса компонентов вектора измерений  $y$ , являющиеся диагональными элементами матрицы  $P$  в уравнениях (3) и (6), с учетом условия (4) предлагается вычислять по формулам

$$P_{\beta} = \frac{\mu^2}{m_{\beta}^2} = \frac{m_{\beta}^2}{m_{\beta}^2} = 1; \quad P_{\nu} = \frac{\mu^2}{m_{\nu}^2} = \frac{m_{\beta}^2}{m_{\nu}^2} = K; \quad P_L = \frac{\mu^2}{m_L^2} = \frac{m_{\beta}^2}{m_L^2} = K_1. \quad (14)$$

где  $K, K_1$  – коэффициенты, которые предлагается устанавливать на этапе оценки точности проекта в зависимости от выбираемого измерительного технологического средства;  $m_{\beta}, m_L, m_{\nu}$  – точность измерения элементов пространственной геодезической сети электронным тахеометром.

Результатом уравнивания является вектор пространственных координат определяемых пунктов МСС (параметров) размерностью  $1 \times 3t$

$$X_{(X,Y,Z)} = \{X_1, Y_1, Z_1, \dots, X_t, Y_t, Z_t\}^T \quad (15)$$

с корреляционной матрицей вида

$$K_{(X,Y,Z)} = m_{\beta}^2 \left\{ \begin{array}{ccccccc} Q_{X_1} & Q_{X_1Y_1} & Q_{X_1Z_1} & \cdot & Q_{X_1X_t} & Q_{X_1Y_t} & Q_{X_1Z_t} \\ & Q_{Y_1} & Q_{Y_1Z_1} & \cdot & Q_{Y_1X_t} & Q_{Y_1Y_t} & Q_{Y_1Z_t} \\ & & Q_{Z_1} & \cdot & Q_{Z_1X_t} & Q_{Z_1Y_t} & Q_{Z_1Z_t} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & & Q_{X_t} & Q_{X_tY_t} & Q_{X_tZ_t} \\ & & & & & Q_{Y_t} & Q_{Y_tZ_t} \\ & & & & & & Q_{Z_t} \end{array} \right\}. \quad (16)$$

Максимальная сумма диагональных элементов определит наиболее слабый пункт пространственной сети, относительно которого необходимо оценить соответствие полученных уравненных координат целям и задачам кадастровых работ, выполняемых для ведения 3D-кадастра:

$$m_i = m_{\beta} \cdot \sqrt{(Q_{X_i} + Q_{Y_i} + Q_{Z_i})_{\text{MAX}}}, \quad m_i \leq m_{(X,Y,Z)\text{НОРМ}}, \quad (17)$$

где  $i$  – индекс, который обозначает номер наиболее слабого пункта, относительно которого оценивается точность пространственной сети.

Если на точность параметров геодезической сети устанавливаются отдельные допуски на плановую и высотную составляющую, как это часто имеет место на производстве, уравнение (17) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} m_{(X,Y)i} &= m_{\beta} \cdot \sqrt{(Q_{X_i} + Q_{Y_i})_{\text{MAX}}}; \quad m_{(X,Y)i} \leq m_{(X,Y)\text{НОРМ}}; \\ m_{(Z)i} &= m_{\beta} \cdot \sqrt{Q_{Z_i \text{ MAX}}}; \quad m_{(Z)i} \leq m_{(Z)\text{НОРМ}}. \end{aligned} \quad (18)$$

Отметим, что уравнения (17) и (18) позволяют оценить точность параметров МСС относительно ближайшего исходного пункта первой ступени ОМС. Для нашего варианта построения МСС нормативный допуск устанавливается на точность взаимного положения пунктов внутри кадастрового квартала. В этом случае, для оценки точности корреляционную матрицу (16) необходимо представить в виде

$$K_F = F \cdot K_{(X,Y,Z)} \cdot F^T, \quad (19)$$

где  $F$  – матрица частных производных оцениваемых функций (взаимного положения определяемых пунктов в пространственной сети) по параметрам [14].

С использованием выражений (18) на основании следа матрицы  $K_F$  возможно определить пункты МСС, которые характеризуются максимальной СКО и относительно которых оценивается соответствие МСС целям кадастровых работ

$$K_F = \left\{ \begin{array}{ccc} m_{X_i X_j}^2 & K_{X_i Y_j} & K_{X_i Z_j} \\ & m_{Y_i Y_j}^2 & K_{Y_i Z_j} \\ & & m_{Z_i Z_j}^2 \end{array} \right\}_{\text{MAX}}, \quad (20)$$

где  $i, j$  – индексы, определяющие названия пунктов МСС, которые характеризуются максимальным значением СКО взаимного положения;  $K_{X_i Y_j}$  – корреляционный момент, определяющий тесноту корреляционных связей между соответствующими элементами матрицы.

Следовательно, критерий на соответствие построенной в кадастровом квартале МСС целям кадастровых работ будет выглядеть следующим образом:

$$m_{(X,Y)_{i-j}} = \sqrt{m_{X_i X_j}^2 + m_{Y_i Y_j}^2 - 2 \cdot K_{X_i Y_j}}; \quad m_{(X,Y)_{i-j}} \leq m_{(X,Y)_{\text{НОРМ}}}; \quad (21)$$

$$m_{(Z)_{i-j}} = m_{Z_i Z_j}^2; \quad m_{(Z)_{i-j}} \leq m_{(Z)_{\text{НОРМ}}}.$$

Получение неудовлетворительных результатов, разумеется, при отсутствии грубых ошибок в геодезических измерениях, обуславливается использованием измерительного технологического оборудования, не соответствующим по точности целям выполнения кадастровых работ.

Исключение такого негативного аспекта при построении МСС возможно на стадии проектирования, когда определена конфигурация геодезической сети и, следовательно, может быть вычислена матрица  $A$  в исходном выражении (3), а также установлен нормативный

допуск СКО взаимного положения наиболее слабых пунктов (критерий 2). Исходя из этого концептуального положения в уравнении (3) неизвестной является матрица  $P$ , которую предлагается априорно устанавливать, используя поставленное условие (14). Следовательно, решая уравнение (3), получаем соответствующие весовые коэффициенты, которые позволяют вычислить СКО единицы веса и, следовательно, необходимую точность проектируемого измерительного технологического оборудования:

$$m_{(X,Y,Z)_{\text{НОРМ}}} = \mu \cdot \sqrt{(Q_{X_i} + Q_{Y_i} + Q_{Z_i})_{\text{MAX}}}; \quad \mu = \frac{m_{(X,Y,Z)_{\text{НОРМ}}}}{\sqrt{(Q_{X_i} + Q_{Y_i} + Q_{Z_i})_{\text{MAX}}}}; \quad (22)$$

$$m_{\beta} = \mu, \quad m_L = \frac{\mu}{\sqrt{K_1}}; \quad m_V = \frac{\mu}{\sqrt{K}}.$$

При установлении нормативного допуска на СКО взаимного положения пунктов имеем следующее выражение:

$$m_{(X,Y,Z)_{i-j}\text{НОРМ}} = \mu \cdot \sqrt{\left( Q_{X_{i-j}} + Q_{Y_{i-j}} + Q_{Z_{i-j}} - 2(Q_{X_i X_j} + Q_{Y_i Y_j} + Q_{Z_i Z_j}) \right)_{\text{MAX}}};$$

$$\mu = \frac{m_{(X,Y,Z)\text{НОРМ}}}{\sqrt{\left( Q_{X_{i-j}} + Q_{Y_{i-j}} + Q_{Z_{i-j}} - 2(Q_{X_i X_j} + Q_{Y_i Y_j} + Q_{Z_i Z_j}) \right)_{\text{MAX}}}}; \quad (23)$$

$$m_B = \mu; m_L = \frac{\mu}{\sqrt{K_1}}; m_v = \frac{\mu}{\sqrt{K}}.$$

Таким образом, уравнения (22) и (23) позволяют, исходя из заданной нормативной СКО параметров, вычислить необходимую точность измерения элементов МСС и выбрать соответствующее измерительное технологическое оборудование.

Если в предлагаемом алгоритме проектирования и уравнивания использовать рекуррентную формулу вычисления матрицы весовых коэффициентов, то возможно под имеющееся в наличии измерительное технологическое оборудование подобрать методом итерации наилучшую конструкцию МСС, соответствующую установленному нормативному допуску.

Достоинством предложенного математического алгоритма является выполнение следующих концептуальных положений:

1) предвычисление необходимой точности измерений и математическая обработка выполненных на местности геодезических измерений осуществляется по единому математическому алгоритму, что обеспечивает достоверность полученных результатов при оценке точности проекта МСС;

2) при вычислении весов геодезических измерений (уравнение (14)) предусмотрена возможность определения оптимального соотношения между ними, что обуславливает выбор измерительного технологического оборудования при фиксированной конструкции МСС, исходя из установленной нормативной точности параметров геодезического построения;

3) использование при определении матрицы (3) рекуррентной формулы позволит

при выбранном измерительном технологическом оборудовании подобрать оптимальное количество избыточных измерений в МСС, что обеспечит минимальную трудоемкость при построении геодезической сети.

### Заключение

Реализация предложенного алгоритма позволит, на наш взгляд, решить следующие научно-технические задачи:

1) на этапе проектирования пространственного геодезического построения выбирать технологическое измерительное оборудование, позволяющее создавать в кадастровом квартале МСС, которая обеспечит заданную нормативно точность определения пространственных параметров объектов недвижимости, расположенных в пределах кадастрового квартала соответствующего территориального образования;

2) относительно построенной в кадастровом квартале МСС и закоординированных характерных точек контуров ОКС с нормативной точностью восстанавливать утраченные границы земельных участков в пространственной системе координат;

3) на основе урвненных координат пунктов МСС и характерных точек контуров ОКС создавать в территориальном образовании единое геопространство, позволяющее в пространственной системе координат решать не только научно-технические задачи, связанные с выполнением кадастровых работ, но и обеспечивать градостроительную деятельность.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бойко Е. Г., Аджадж Абдул Разак. Уравнения поправок в наземных пространственных геодезических сетях // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1991. – № 6. – С. 11–17.
2. Карпик А. П. Методологические и технологические основы геоинформационного обеспечения территорий : монография. – Новосибирск : СГГА, 2004. – 260 с.
3. Карпик А. П., Лисицкий Д. В. Электронное геопространство – сущность и концептуальные основы // Геодезия и картография. – 2009. – № 5. – С. 41–44.
4. Карпик А. П., Хорошилов В. С. Сущность геоинформационного пространства территорий как единой основы развития государственного кадастра недвижимости // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2012. – № 1. – С. 134–136.
5. Карпик А. П. Системная связь устойчивого развития территорий с его геодезическим информационным обеспечением // Вестник СГГА. – 2010. – Вып. 1 (12). – С. 3–11.
6. Маркузе Ю. И. Алгоритм для уравнивания геодезических сетей на ЭВМ. – М. : Недра, 1989. – 248 с.
7. Маркузе Ю. И., Ха Минь Хоа. Рекуррентное уравнивание геодезических сетей с применением метода квадратных корней // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1991. – № 6. – С. 3–11.
8. Обиденко В. И. Разработка и исследование методики определения формы и размеров территорий по геопространственным данным: дисс. ... канд. техн. наук. – Новосибирск : СГГА, 2012. – 200 с.
9. Абу Дака Имад. Математическая обработка и анализ точности наземных пространственных геодезических сетей методами нелинейного программирования и линейной алгебры: дисс. ... канд. техн. наук. – Новополюк, 1998. – 150 с.
10. Нейман Ю. М. К вопросу о математической обработке разнородных измерений // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2008. – № 2. – С. 7–22.
11. Создание модели трехмерного кадастра недвижимости в России. G2G10/RF/9/1. Заключительный отчет [Электронный ресурс]. – Режим доступа : [https://portal.rosreestr.ru/wps/portal/cc\\_news?news\\_id=16202&news\\_line\\_id=11662](https://portal.rosreestr.ru/wps/portal/cc_news?news_id=16202&news_line_id=11662).
12. Аврунев Е. И., Гиниятов А. И. Концептуальный подход к геодезическому обеспечению 3D- кадастра // Вестник СГУГиТ. – 2020. – Т. 25, № 4. – С. 152–158.
13. Метелева М. В. Разработка и исследование методики координатного обеспечения кадастровой деятельности в территориальных образованиях : дисс. ... канд. техн. наук. – Новосибирск : СГУГиТ. – 2015. – 150 с.
14. Аврунев Е. И. Геодезическое обеспечение государственного кадастра недвижимости : монография. – Новосибирск : СГГА, 2010. – 144 с.
15. Шануров Г. А., Лашков Н. П., Шакмеев Р. Р. Об оценке точности геодезической сети, созданной сочетанием космических и наземных методов измерений // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2002. – № 4. – С. 12–21.

Получено 19.08.2021

© Е. И. Аврунев, А. И. Гиниятов, А. И. Каленицкий, 2021

**DESIGN AND EQUALIZATION OF SPATIAL GEODETIC CONSTRUCTIONS  
INTENDED FOR CREATING A THREE-DIMENSIONAL CADASTRE**

***Evgeny I. Avrunev***

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Ph. D., Director, Institute of Cadastre and Environmental Management, phone: (383)344-31-73, e-mail: kadastr204@yandex.ru

***Artur I. Giniyatov***

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Ph. D. Student, Department of Cadastre and Territorial Planning, phone: (383)344-31-73, e-mail: ita1095@mail.ru

***Anatoly I. Kalenitsky***

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, D. Sc., Professor, Department of Space Physical Geodesy, phone: (913)767-73-49, e-mail: kadastr204@yandex.ru

The article proposes a mathematical algorithm based on the least squares method for calculating the necessary measurement accuracy in a spatial geodetic construction intended for performing cadastral works when conducting a 3D cadastre in a territorial entity. The proposed algorithm allows, based on the specified accuracy of the relative position of real estate objects in the cadastral quarter, to select the necessary technological measuring equipment for building a spatial boundary density network (BDN) on the ground for geodetic support of cadastral works. The use of the developed algorithm for equalizing the results of geodetic measurements will ensure the reliability of the calculated parameters of capital construction objects and the creation on their basis of a single geospatial space necessary for solving various scientific and technical problems, the corresponding territorial entity.

**Keywords:** 3D cadastre, real estate objects, algorithm, matrix, boundary density network, parameters, coordinates, spatial coordinate system, mean square error, specified accuracy

## REFERENCES

1. Boyko E. G., & Ajaj Abdul Razak. (1991). Correction equations in terrestrial spatial geodetic networks. *Izvestiya vuzov. Geodeziya i aerofotos"emka [Izvestiya vuzov. Geodesy and Aerophotosurveying]*, 6, 11–17 [in Russian].
2. Karpik, A. P. (2004). *Metodologicheskie i tekhnologicheskie osnovy geoinformatsionnogo obespecheniya territoriy [Methodological and technological foundations of GIS software territories]*. Novosibirsk: SSGA Publ., 260 p. [in Russian].
3. Karpik, A. P., & Lisitsky D. V. (2009). Electronic geospatial—the essence and conceptual foundations. *Geodeziya i kartografiya [Geodesy and Cartography]*, 5, 41–44 [in Russian].
4. Karpik, A. P., & Khoroshilov, V. S. (2012). Essence of the geographic information space of territories as a single basis for the development of the state real estate cadastre. *Izvestiya vuzov. Geodeziya i aerofotos"emka [Izvestiya vuzov. Geodesy and Aerophotosurveying]*, 1, 134–136 [in Russian].
5. Karpik, A. P. (2010). System connection sustainable development of the territories with his geodesic information security. *Vestnik SSGA [Vestnik SSGA]*, 1(12), 3–11 [in Russian].
6. Markuse, Yu. I. (1989). *Algoritm dlya uravnivaniya geodezicheskikh setey na EVM [Algorithm for equalizing geodetic networks on a computer]*. Moscow: Nedra Publ., 248 p. [in Russian].
7. Markuze, Yu. I., & Ha Min Hoa. (1991). Recurrent equalization of geodetic networks using the square roots method. *Izvestiya vuzov. Geodeziya i aerofotos"emka [Izvestiya vuzov. Geodesy and Aerophotosurveying]*, 6, 3–11 [in Russian].
8. Obidenko, V. I. (2012). Development and research of methods for the determination of the shape and size of territories geospatial data. *Candidate's thesis*. Novosibirsk: SSGA Publ., 200 p. [in Russian].
9. Abu Daka Imad. (1998). Mathematical processing and analysis of the accuracy of ground-based spatial geodesic networks by methods of nonlinear programming and linear algebra. *Candidate's thesis*. Novopolotsk, 150 p. [in Russian].
10. Neiman Yu. M. (2008). On the question of mathematical processing of heterogeneous measurements. *Izvestiya vuzov. Geodeziya i aerofotos"emka [Izvestiya vuzov. Geodesy and Aerophotosurveying]*, 2, 7–22 [in Russian].
11. Creating a model of a three-dimensional real estate cadastre in Russia. G2G10/RF/9/1. Final report. (n. d.). Retrieved from [https://portal.rosreestr.ru/wps/portal/cc\\_news?news\\_id=16202&news\\_line\\_id=11662](https://portal.rosreestr.ru/wps/portal/cc_news?news_id=16202&news_line_id=11662).
12. Avrunev, E. I., & Giniyatov, A. I. (2020). Conceptual approach to geodesic support for creating a three-dimensional cadastre. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 25(4), 152–158 [in Russian].
13. Meteleva, M. V. (2015). Development and research of methods of coordinate support of cadastral activity in territorial formations. *Candidate's thesis*. Novosibirsk: SSUGT Publ., 150 p. [in Russian].
14. Avrunev, E. I. (2010). *Geodezicheskoe obespechenie Gosudarstvennogo kadastra nedvizhimosti [Geodesic support of the state real estate cadastre]*. Novosibirsk: SSGA Publ., 144 p. [in Russian].
15. Shanurov, G. A., Lashkov, N. P., & Shakmeev, R. R. (2002). On the assessment of the accuracy of the geodetic network created by a combination of space and ground-based measurement methods. *Izvestiya vuzov. Geodeziya i aerofotos"emka [Izvestiya vuzov. Geodesy and Aerophotosurveying]*, 4, 12–21 [in Russian].

Received 19.08.2021

© E. I. Avrunev, A. I. Giniyatov, A. I. Kalenitsky, 2021