

УДК 550.831.015:535.33

DOI: 10.33764/2411-1759-2020-25-4-37-44

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ МЕТОДОМ ОГРАНИЧЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНЫХ ОКОН

*Иван Юрьевич Лакеев*

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плеханова, 10, аспирант кафедры инженерной геодезии и маркшейдерского дела, тел. (999)466-00-46, e-mail: ivanlakeev@yandex.ru

В статье показано, как путем последовательного объединения гармоник  $C_{nm}P_{nm}(\sin \varphi)\cos m\lambda$  и  $S_{nm}P_{nm}(\sin \varphi)\sin m\lambda$  в отдельную группу образованы окна, действующие в качестве полосового фильтра пропускания высоких или низких гармоник. Сведения о характере пространственного распределения гравитационного поля в определенных диапазонах частот могут быть получены посредством управления шириной спектрального окна. Диапазон степени окна гармоник подбирался таким образом, чтобы результат был ориентирован на фактический источник гравитационного возмущения. Вычисления спектральных моделей поля высот квазигеоида на территории Западной Сибири, Фенноскандии и Центральной России при ограничении степенного ряда значениями  $N_{1-2}$  от  $N_1 = 2$  до  $N_2 = 200$ , от  $N_1 = 9$  до  $N_2 = 22$  и  $N_1 = 30$  до  $N_2 = 200$  выполнялись в программе GeoUnd 1.0. Данная программа предназначена для вычисления высоты квазигеоида, основанного на применении коэффициентов разложения гравитационного поля по сферическим функциям. Данные спектральные модели для наглядности и проведения анализа представлены в графическом исполнении. Результаты показали, что использование спектральных моделей глобального квазигеоида, полученного из комбинированных моделей потенциала силы тяжести Земли, является современным и перспективным методом выявления текущих и будущих вертикальных движений земной коры как на локальных, так и на региональных участках поверхности.

**Ключевые слова:** мониторинг, гравитационное поле Земли, гармонический анализ, полосовые частотные окна, строение земной коры, геоид

### Введение

С течением времени наша планета неизбежно сталкивается с изменениями, в первую очередь, обусловленными различными геодинамическими процессами (приливное влияние Луны и Солнца, магматизм, тектонические движения и др.). Детальное определение аномалий гравитационного поля позволяет изучать и моделировать силы, являющиеся причиной подобных процессов.

По мере того как перераспределяются массы внутри Земли, изменяется и гравитационное поле. Современная геодезия достигла такой точности и технических возможностей, что эти изменения регулярно уточняются в результате наземных и спутниковых измерений [1].

Проведение высокоточных измерений по всей территории земного шара необходимо, когда речь идет об изучении определенной области в глобальном масштабе. В этом слу-

чае использование одних наземных измерений недостаточно, поскольку они сопровождаются очень трудоемкими и экономически дорогостоящими видами работ. Часто невозможность выполнения таких работ объясняется недоступностью района их выполнения, поскольку большая часть поверхности Земли занята морями и океанами.

Определение внешнего гравитационного поля Земли необходимо для решения одной из задач физической геодезии – определения глобального квазигеоида. Развитие технологий спутниковых наблюдений позволило определять гармоники геопотенциала дифференциальным методом и получать более детальную структуру гравитационного поля с разрешением менее 100 км. В качестве реализации данного метода выступают глобальные модели гравитационного поля в виде системы коэффициентов в разложении потенциала силы тяжести в ряд по сферическим функциям [2–11].

В данной статье предлагается использование метода, основанного на корреляции высот геоида, используя глобальные модели гравитационного поля Земли. За высоту геоида принимается высота поверхности геоида над поверхностью земного эллипсоида по нормали к нему в данной точке. Согласно ГОСТ Р 52572–2006 геоид – уровенная поверхность, наилучшим образом аппроксимирующая уровень моря как в локальном, так и в глобальном случаях. В данном случае уровенная поверхность является эквипотенциальной поверхностью земного гравитационного поля, которая везде перпендикулярна к направлению отвесной линии. Также, согласно ГОСТ Р 52334–2005 – это фигура Земли, образованная уровенной поверхностью, совпадающей с поверхностью Мирового океана в состоянии полного покоя и равновесия и продолженной под материками. Как фигура, геоид отражает распределение плотности в объеме планеты

и, имея при этом волнообразную поверхность, отличается от формы эллипсоида вращения [12–14].

### Методы и материалы

Глобальные модели гравитационного поля, построенные по принципу разложения возмущающего потенциала или аномалий в ряд по сферическим функциям и ограниченные степенью и порядком  $n = m > 200$ , применяются для решения современных задач геофизики, геодезии, геодинамики, океанографии и других наук. К ним относятся глобальные модели GOCO05c, GGM05C, EIGEN-6S4 [15–17]. Имея пространственное разрешение менее 100 км, они обеспечивают точность определения аномалий силы тяжести в пределах 2–3 мГал, а высоты геоида определяются с погрешностью 2–3 см [18–20]. Для получения значений коэффициентов разложения геопотенциала в моделях используется формула

$$V = \frac{fM}{r} \left[ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{a_e}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) \right]. \quad (1)$$

В связи с тем, что гравитационное поле представляется в виде бесконечной суммы сферических гармоник (1), путем суммирования гармоник определенного диапазона можно рассчитать и построить ограниченную данным диапазоном математическую модель в заданных зонах волнового диапазона. В этом случае формула (1) приобретает конечный вид

$$V_N(\varphi, \lambda, r) = \frac{fM}{r} \left[ 1 + \sum_{n=2}^N \left( \frac{a_e}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \right]. \quad (2)$$

Известно, что любой конечный отрезок (2) ряда (1) на поверхности сферы радиуса  $r = 1$  обеспечивает наилучшую среднеквадратическую аппроксимацию функции [21], т. е.

$$\varepsilon_n = \|V(\varphi, \lambda, r) - V_N(\varphi, \lambda, r)\| = \left\{ \frac{1}{4\pi} \iint [V(\varphi, \lambda, r) - V_N(\varphi, \lambda, r)]^2 d\omega \right\}^2 = \min. \quad (3)$$

В связи с равномерностью сходимости ряда (1)

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \varepsilon_N = 0. \quad (4)$$

Скорость убывания  $\varepsilon_N$  зависит от дифференциальных свойств функции  $V(\varphi, \lambda, r)$ .

Последовательное объединение гармоник  $C_{nm}P_{nm}(\sin \varphi)\cos m\lambda$  и  $S_{nm}P_{nm}(\sin \varphi)\sin m\lambda$  в отдельную группу образует полосовой

фильтр пропускания гармоник (сумма высоких или низких гармоник). В таком случае спектральная модель гравитационного поля представляется в виде результата влияния данного фильтра на реальное поле в заданном частотном диапазоне (спектральном окне). Управление шириной спектрального окна позволило получить данные о характере пространственного распределения гравитационного поля. Выбор диапазона степеней спектрального окна осуществлялся исходя из

того, чтобы результат был ориентирован на фактический источник гравитационного возмущения.

В связи с отсутствием общепринятого метода определения ширины спектрального окна руководствуются требованиями к точности как конечного результата решаемых задач, так и детализации входных параметров. Основным условием выбора диапазона частот спектрального окна является превышение энергии гармонического окна над уровнем шума гравитационного поля. При соблюдении данного условия возможно использование данных об энергетической структуре гравитационного поля, характеризующих степенные дисперсии геопотенциала (3). В результате расчетов можно выделить составляющие поля тяжести с разнородным тектоническим происхождением. Для этого производится извлечение координат и волновой информации исследуемых областей при спектрально-аналитическом моделировании.

$$\zeta(\varphi, \lambda) = R \sum_{N_1}^{N_2} \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \varphi), \quad (5)$$

где  $\Delta \bar{C}_{nm} = \bar{C}_{nm} - \bar{C}_{nm}^0$ ;

$\zeta$  – нормальное значение силы тяжести;

$\bar{C}_{nm}^0$  – гармонические коэффициенты нормального потенциала притяжения.

### Результаты

Для того чтобы определить поверхность геоида заданной точки, требуется провести комплекс измерений непосредственно на поверхности геоида или на физической поверхности Земли с учетом распределения масс в этом месте. Оба варианта определения поверхности геоида являются практически неисполнимыми, поэтому вместо поверхности геоида используется поверхность, близкая к таковой, – поверхность квазигеоида.

Для определения поверхности квазигеоида используются только результаты измерений на физической поверхности Земли (значения потенциала силы тяжести на земной поверхности) без учета показателей распределения масс и редуцирования таких результатов внутрь притягивающей массы.

Данные наблюдения были использованы в работах [22–24] в качестве возможных предварительных вычислений аномалий силы тяжести в малоизученных районах по разнородной геофизической информации.

Так, например, Бьерхаммер, при изучении геоида в Фенноскандии, применил спектральное окно, ограниченное степенями  $N = 9–22$ . Это позволило выявить область опускания геоида, которая по текущим данным многолетних наблюдений соответствует послеледниковой отдаче/поднятию земной коры. Место, где выявлено максимальное опускание геоида, с высокой точностью совпадает с местом максимального современного поднятия земной коры.

Далее будут представлены иллюстрации спектрально-аналитических моделей поля высот Фенноскандии, Западной Сибири и Центральной России, рассчитанных по предельной формуле

Выполнены расчеты спектрально-аналитических моделей поля высот глобального квазигеоида по формуле (5) при ограничении степенного ряда значениями  $N_{1-2}$  от  $N_1 = 2$  до  $N_2 = 200$ , от  $N_1 = 9$  до  $N_2 = 22$  и  $N_1 = 30$  до  $N_2 = 200$ . Вычисления производились в программе GeoUnd 1.0. Программа предназначена для вычисления высот квазигеоида по коэффициентам разложения гравитационного поля по сферическим функциям. Входными данными являются нормированные коэффициенты разложения потенциала притяжения, константа притяжения, большая полуось, геодезические координаты: широта, долгота результирующей точки. Кроме этого, задаются средний радиус Земли и первые гармоники нормального гравитационного поля. Программа выполняет синтез высот квазигеоида в точке по коэффициентам модели гравитационного

поля, вычисляя нормированное значение присоединенного полинома Лежандра [25].

В качестве иллюстрации вышесказанного на рис. 1 приводится фрагмент полученной спектрозональной модели Фенноскандии при ограничении степенного ряда значениями  $N_{1-2}$  от  $N_1 = 30$  до  $N_2 = 200$ .

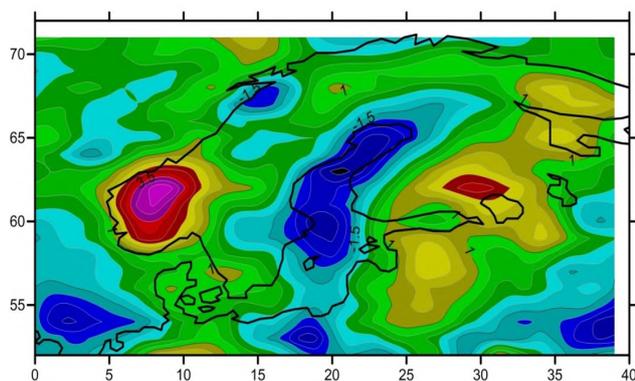


Рис. 1. Фрагмент спектрозональной модели глобального квазигеоида Фенноскандии при  $N = 30-200$

На рис. 2, 3 приведены фрагменты моделей глобального квазигеоида для территории Западной Сибири и территории Центральной России в диапазонах спектральных окон  $N = 30-200$  соответственно.

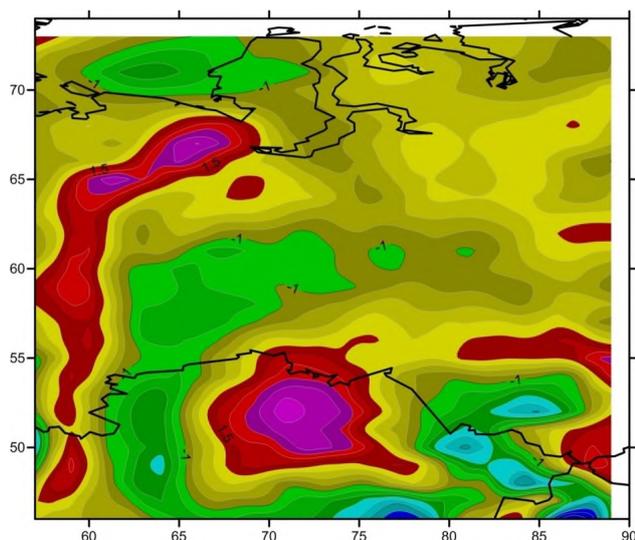


Рис. 2. Фрагмент спектрозональной модели глобального квазигеоида Западной Сибири при  $N = 30-200$

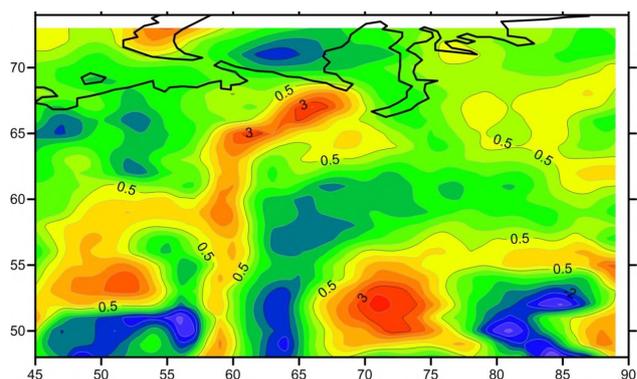


Рис. 3. Фрагмент спектрозональной модели глобального квазигеоида для части территории Центральной России при  $N = 30-200$

### Обсуждение

Спектрозональные модели глобального квазигеоида Фенноскандии показывают, что при изменении ширины спектрального окна существенно изменяется и пространственное распределение поля высот квазигеоида.

Спектрозональная модель глобального квазигеоида на территории Западной Сибири, построенная в спектральном окне при  $N = 9-30$ , имеет на западе область резкого подъема с центром в точке с координатами  $\varphi = 59^\circ$ ,  $\lambda = 58^\circ$ , приуроченной к Уралу. Остальная часть положительных отметок спектрозональной модели глобального квазигеоида приходится на центральную полосу Западной Сибири, что может быть обусловлено опусканием земной коры в этом районе.

Фрагмент спектрозональной модели глобального квазигеоида Западной Сибири при  $N = 30-200$ , представленный на рис. 2, имеет более мозаичную картину положительных и отрицательных отметок высот. На западе и на юге наблюдаются положительные отметки по высоте, а в районе Западносибирской низменности – отрицательные отметки. Отдельные участки положительных отметок высот спектрозональной модели глобального квазигеоида в северо-западной части Западной Сибири, приуроченные к месторождениям углеводородов, можно объяснить опусканием земной коры, связанной с добычей нефти и газа.

Фрагменты спектрозональных моделей глобального квазигеоида для части территории Центральной России при  $N = 30-200$  имеют

сложную картину пространственного распределения по сравнению с моделями, ограниченными степенями  $N = 2-200$  и  $N = 9-200$ , имеющего больший диапазон спектрального окна. Следует отметить значительный подъем высот спектральной модели глобального квазигеоида в центральной части Урала при  $N = 30-200$ , что можно объяснить корреляцией с рельефом горного массива. Такая же корреляция с горным рельефом Урала наблюдается и в диапазоне спектрального окна  $N = 30-200$ . Однако, на рис. 3, в трапеции, ограниченной по широте  $50^\circ \leq \varphi \leq 60^\circ$  и долготе  $45^\circ \leq \lambda \leq 55^\circ$ , значительный подъем высот спектральной модели глобального квазигеоида совпадает с зоной опускания земной коры в Прикамье.

### Заключение

В результатах исследования приведены фрагменты моделей глобального квазигеоида для территории Центральной, Западной Сибири и Фенноскандии в различных диапазонах спектральных окон.

Данные результаты показали, что использование спектральных моделей глобального квазигеоида, полученного из комбинированных моделей потенциала силы тяжести Земли, является современным и перспективным методом выявления текущих и будущих вертикальных движений земной коры как на локальных, так и на региональных участках поверхности.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Канушин В. Ф., Лакеев И. Ю. Разработка методики использования глобальных моделей геопотенциала для изучения сейсмической активности // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2016. XII Междунар. науч. конгр. : Магистерская научная сессия «Первые шаги в науке» : сб. материалов (Новосибирск, 18–22 апреля 2016 г.). – Новосибирск : СГУГиТ, 2016. – С. 73–78.
2. Голдобин Д. Н., Мазурова Е. М., Канушин В. Ф. Одномерное сферическое преобразование Фурье и его реализация для расчета глобальной модели квазигеоида в нулевом приближении теории Молоденского // Вестник СГУГиТ. – 2015. – Вып. 3 (31). – С. 45–52.
3. Голдобин Д. Н. Определение геометрической структуры гравитационного поля на территории Западной Сибири по данным современных глобальных моделей геопотенциала // Вестник СГУГиТ. – 2019. – Т. 24, № 2. – С. 19–34.
4. Яшкин С. Н. Некоторые аспекты спутниковой градиентометрии // Геопрофи. – 2007. – № 4. – С. 43–45.
5. Colombo O. L. Ephemeris errors of GPS satellites // Bull. Geod. – 1986. – Vol. 60 (1). – P. 64–86.
6. Канушин В. Ф., Ганагина И. Г., Голдобин Д. Н. и др. Сравнение спутниковых моделей проекта GOCE с различными наборами независимых наземных гравиметрических данных // Вестник СГГА. – 2014. – Вып. 3 (27). – С. 21–35.
7. Karpik A. P., Kanushin V. F., Ganagina I. G. et al. Evaluation of recent Earth's global gravity field models with terrestrial gravity data // Contributions to Geophysics and Geodesy. – 2016. – Vol. 46, No. 1. – P. 1–11.
8. Mayer-Guerr T. ITG-Grace03s: the latest GRACE gravity field solution [Electronic resource]. – Mode of access: [http://www.massentransporte.de/fileadmin/20071015-17-Potsdam/mo\\_1050\\_06\\_mayer.pdf](http://www.massentransporte.de/fileadmin/20071015-17-Potsdam/mo_1050_06_mayer.pdf).
9. Kvas A. ITSG-Grace 2014 [Electronic resource]. – Mode of access: [http://portal.tugraz.at/portal/page/portal/TU\\_Graz/Einrichtungen/Institute/Homepages/i5210/research/ITSG-Grace2014](http://portal.tugraz.at/portal/page/portal/TU_Graz/Einrichtungen/Institute/Homepages/i5210/research/ITSG-Grace2014).
10. Biancale R. An improved 10-day time series of the geoid from GRACE and LAGEOS data [Electronic resource]. – Mode of access: [ftp://ftp.csr.utexas.edu/pub/grace/Proceedings/Presentations\\_GSTM2008.pdf](ftp://ftp.csr.utexas.edu/pub/grace/Proceedings/Presentations_GSTM2008.pdf).
11. Елагин А. В., Дорогова И. Е. Оценка влияния релятивистских эффектов на траекторию движения искусственных спутников Земли // Вестник СГУГиТ. – 2015. – Вып. 3 (31). – С. 32–39.
12. Геодезия, картография, топография, фотограмметрия, геоинформационные системы, пространственные данные. Справочник стандартных (нормативных) терминов / Под общ. ред. В. Г. Плешкова, Г. Г. Побединского / Изд. 2-е, перераб. и доп. – М. : ООО «Издательство «Проспект», 2015. – 672 с.
13. ГОСТ Р 52572–2006. Географические информационные системы. Координатная основа. Общие требования. – Введ. 01.01.2007. – М. : Стандартинформ, 2018.
14. ГОСТ Р 52334–2005. Гравиразведка. Термины и определения. – Введ. 01.01.2006. – М. : Стандартинформ, 2005.
15. ICGEM – International Center for Global Gravity Field Models [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://icgem.gfzpotdam.de/ICGEM/ICGEM.html> (дата обращения: 22.03.2019).

16. Fecher T., Pail R., Gruber T. GOCO05c: A New Combined Gravity Field Model Based on Full Normal Equations and Regionally Varying Weighting // *Surveys in Geophysics*. – 2016. – Vol. 38, Issue 3. – P. 571–590.
17. Bettadpur S., Ries J., Eanes R., Nagel P., Pie N., Poole S., Richter T., Save H. Evaluation of the GGM05 Mean Earth Gravity models // *Geophysical Research Abstracts*. – Vienna, Austria, 2015. – Vol. 17.
18. Канушин В. Ф., Ганагина И. Г., Голдобин Д. Н. и др. Современные глобальные модели квази-геоида: точностные характеристики и разрешающая способность // *Вестник СГУГиТ*. – 2017. – Т. 22, № 1. – С. 30–49.
19. Канушин В. Ф., Карпик А. П., Ганагина И. Г., Голдобин Д. Н., Косарева А. М., Косарев Н. С. Исследование современных глобальных моделей гравитационного поля Земли : монография. – Новосибирск : СГУГиТ, 2015. – 270 с.
20. Koneshov V. N., Nepoklonov V. B., Sermyagin R. A., Lidovskaya E. A. Modern global Earth's gravity field models and their errors // *Gyroscopy and Navigation*. – 2013. – Vol. 4, No. 3. – P. 147–155.
21. Лобкова Н. И. О точности аппроксимации стоксовых постоянных по наблюдениям спутника, движущегося по круговой полярной орбите // *Кинематика и физика небесных тел*. – 1990. – Т. 6, № 5. – С. 86–94.
22. Карпик А. П., Канушин В. Ф., Ганагина И. Г., Голдобин Д. Н., Мазурова Е. М. Исследование спектральных характеристик глобальных моделей гравитационного поля Земли, полученных по космическим миссиям CHAMP, GRACE и GOCE // *Гироскопия и навигация*. – 2014. – № 4 (87). – С. 34–44.
23. Канушин В. Ф. Дифференцированный подход к определению зависимости аномалий силы тяжести от высоты // *Вопросы математического моделирования в прикладных задачах; Межвузовский сборник научных трудов*. – Новосибирск : НИИГАиК, 1990. – С. 62–65.
24. Канушин В. Ф. Основные принципы прогнозирования аномалий силы тяжести с учетом дополнительной информации // *Деп. ОНТИ ЦНИИГАиК 28. 08. 82, № 90 ГД-Д 82. РЖ. Геодезия и аэрофотосъемка, отд. вып.* – 1983. – 33 с.
25. Голдобин Д. Н., Канушин В. Ф., Ганагина И. Г., Косарев Н. С. GeoUnd : свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2015661197 от 20.10.2015 в реестре программ для ЭВМ.

Получено 09.06.2020

© И. Ю. Лакеев, 2020

## STUDY OF SPATIAL DISTRIBUTION OF EARTH GRAVITATIONAL FIELD BY SPECTRAL WINDOW LIMITING METHOD

*Ivan Y. Lakeev*

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk 630108, Russia, Ph. D. Student, Department of Space and Physical Geodesy, phone: (999)466-00-46, e-mail: ivanlakeev@yandex.ru

The article shows how windows are formed by successively combining harmonics  $C_{nm}P_{nm}(\sin \varphi) \cos m\lambda$  и  $S_{nm}P_{nm}(\sin \varphi) \sin m\lambda$  into a separate group, which act as a lowpass or high harmonic bandpass filter. Manipulation of spectral window width allows to get information about the nature of gravity field spatial distribution in certain frequency ranges. The degree range of the harmonic window was selected so that the result was oriented towards the actual source of the gravity disturbance. Calculations of spectrozonal models of quasi-geoid field height of Western Siberia, Fennoscandia, and Central Russia territories with degree series limiting by values  $N_{1-2}$  from  $N_1 = 2$  to  $N_2 = 200$ , from  $N_1 = 9$  to  $N_2 = 22$  and  $N_1 = 30$  to  $N_2 = 200$ , were carried out in GeoUnd 1.0 software. This software is used to calculate quasi-geoid height by expansion of gravity field coefficients in spherical functions row. These spectrozonal models are presented in graphical version for illustration and analysis. Results show that using of global quasi-geoid spectrozonal models obtained from Earth's gravity potential combined models is a modern and productive method for detecting current and future vertical Earth crust movements in local and regional areas.

**Keywords:** monitoring, Earth gravitational field, harmonic analysis, frequency band window, structure of the earth's crust, geoid

REFERENCES

1. Kanushin, V. F., & Lakeev, I. Yu. (2016). Developing of the method using global models of geopotential for research in seismic activity. In *Sbornik materialov Interexpo GEO-Sibir'-2016: XII Magisterskaya nauchnaya sessiya "Pervye shagi v nauke" [Proceedings of Interexpo GEO-Siberia-2016: XII Master Student Scientific Session "First Steps in Science"]* (pp. 73–78). Novosibirsk: SSUGT Publ. [in Russian].
2. Goldobin, D. N., Mazurova, E. M., & Kanushin, V. F. (2015). One-dimensional spherical Fourier transformation and its implementation for the calculation of the global model quasigeoid with accuracy of the zero approach of Molodensky's theory. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 3(31), 45–52 [in Russian].
3. Goldobin, D. N. (2019). Determination of geometric structure of gravitation field on the territory of Western Siberia on the data of modern global geopotential models *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 24(2), 19–34 [in Russian].
4. Yashkin, S. N. (2007). Some aspects gravity satellite. *Geoprofi [Geoprofi]*, 4, 43–45 [in Russian].
5. Colombo, O. L. (1986). Ephemeris errors of GPS satellites. *Bull. Geod.*, 60(1), 64–86.
6. Kanushin, V. F., Ganagina, I. G., Goldobin, D. N., Mazurova, E. M., Kosareva, A. M., & Kosarev, N. S. (2014). Comparison of the GOCE project satellite models with different sets of independent terrestrial gravimetry data. *Vestnik SGA [Vestnik SSGA]*, 3(27), 21–34 [in Russian].
7. Karpik, A. P., Kanushin, V. F., Ganagina, I. G., Goldobin, D. N., Kosarev, N. S., & Kosareva, A. M. (2016). Evaluation of recent Earth's global gravity field models with terrestrial gravity data. *Contributions to Geophysics and Geodesy*, 46(1), 1–11.
8. Mayer-Guerr, T. (n. d.). ITG-Grace03s: the latest GRACE gravity field solution. Retrieved from [http://www.massentransporte.de/fileadmin/20071015-17-Potsdam/mo\\_1050\\_06\\_mayer.pdf](http://www.massentransporte.de/fileadmin/20071015-17-Potsdam/mo_1050_06_mayer.pdf).
9. Kvas, A. (n. d.). ITSG-Grace 2014. Retrieved from [http://portal.tugraz.at/portal/page/portal/TU\\_Graz/Einrichtungen/Institute/Homepages/i5210/research/ITSG-Grace2014](http://portal.tugraz.at/portal/page/portal/TU_Graz/Einrichtungen/Institute/Homepages/i5210/research/ITSG-Grace2014).
10. Biancale, R. (n. d.). An improved 10-day time series of the geoid from GRACE and LAGEOS data. Retrieved from [ftp://ftp.csr.utexas.edu/pub/grace/Proceedings/Presentations\\_GSTM2008.pdf](ftp://ftp.csr.utexas.edu/pub/grace/Proceedings/Presentations_GSTM2008.pdf).
11. Elagin, A. V., & Dorogova, I. E. (2015). Influence of the relativistic effects on the trajectory of artificial earth satellites. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 3(31), 32–39 [in Russian].
12. Pleshkova, V. G., & Pobedinskiy G. G. (2016). *Geodezija, kartografija, topografija, fotogrammetrija, geoinformacionnye sistemy, prostranstvennyye dannye. Spravochnik standartnyh (normativnyh) terminov [Geodesy, cartography, topography, photogrammetry, geographic information systems, spatial data. Directory of standard (normative) terms]*. Moscow: OOO "Prospekt" Publ., 672 p. [in Russian].
13. Standarts Russian Federation. (2007). GOST R 52572-2006. Geographical information systems. Coordinate frame. General requirements. Moscow: Standartinform Publ., p. 4 [in Russian].
14. Standarts Russian Federation. (2006). GOST R 52334-2005. Gravity prospection. Terms and definitions. Moscow: Standartinform Publ., p. 4 [in Russian].
15. ICGEM – International Center for Global Gravity Field Models. (n. d.). Retrieved from <http://icgem.gfzpotdam.de/ICGEM/ICGEM.html>.
16. Fecher, T., Pail, R., & Gruber, T. (2016). GOCO05c: A New Combined Gravity Field Model Based on Full Normal Equations and Regionally Varying Weighting. *Surveys in Geophysics*, 38(3), 571–590.
17. Bettadpur, S., Ries, J., Eanes, R., Nagel, P., Pie, N., Poole, S., Richter, T., & Save, H. (2015). Evaluation of the GGM05 Mean Earth Gravity models. *Geophysical Research Abstracts*, 17. Vienna, Austria.
18. Kanusin, V. F., Ganagina, I. G., & Goldobin, D. N. (2017) Quasigeoid modern global models: accuracy characteristics and resolution. *Vestnik SGUGIT [Vestnik SSUGT]*, 22(1), 30–49 [in Russian].
19. Kanusin, V. F., Karpik, A. P., Ganagina, I. G., Goldobin, D. N., Kosareva, A. M., & Kosarev, N. S. (2015). *Issledovanie sovremennyh global'nyh modelej gravitacionnogo polya Zemli [The study of modern global models of the gravitational field of the Earth]*. Novosibirsk: SSUGT Publ., 270 p. [in Russian].
20. Koneshov, V. N., Nepoklonov, V. B., Sermyagin, R. A., & Lidovskaya, E. A. (2013). Modern global Earth's gravity field models and their errors. *Gyroscopy and Navigation*, 4(3), 147–155.
21. Lobkova, N. I. (1990). On the accuracy of approximation of sock constants from observations of a satellite moving in a circular polar orbit. *Kinematika i fizika nebes, tel [Kinematics and Physics of Celestial Bodies]*, 6(5), 86–94 [in Russian].
22. Karpik, A. P., Kanushin, V. F., Ganagina, I. G., Goldobin, D. N., & Mazurova, E. M. (2014). Studies of spectral characteristics of CHAMP, GRACE, and GOCE global gravity field models. *Gyroscopy and Navigation*, 4(87), 34–44 [in Russian].

23. Kanushin, V. F. (1990). Differentiated approach to determining the dependence of gravity anomalies on height. In *Mezhvuzovskij sbornik nauchnyh trudov: Voprosy matematicheskogo modelirovaniya v prikladnyh zadachah [Proceedings of Interuniversity Collection of Scientific Proceedings: Issues of Mathematical Modeling in Applied Problems]* (pp 62–65). Novosibirsk: NIIGAiK Publ. [in Russian].

24. Kanushin, V. F. (1983). Basic principles for predicting anomalies of gravity with additional information. *Dep. ONTI CNIIGAiK 28. 08. 82. No 90 GD-D 82. RZh. Geodeziya i aerofotos"emka [Geodesy and Aerophotography]*, 33 p. [in Russian].

25. Goldobin, D. N., Kanushin, V. F., Ganagina, I. G., & Kosarev, N. S. (2015). "GeoUnd". Certificate of state registration of computer programs No. 2015661197 of October 10, 2015 in the register of computer programs [in Russian].

Received 09.06.2020

© I. Yu. Lakeev, 2020