УДК 519.17:528
DOI: 10.33764/2411-1759-2020-25-1-67-77

НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ РЕШЕНИЯ ТЕОРЕМЫ П. ЭРДОША В ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ

Овсеп Сергеевич Петросян
Национальный университет архитектуры и строительства Армении, 374009, Армения, г. Ереван. ул. Теряна, 105, доктор технических наук, профессор, e-mail: hovsep-petrosyan@mail.ru

Людвиг Хачатурович Асланян
Абовянский государственный колледж, 374009, Армения, г. Абовян, переулок Усанохакан, 4, кандидат педагогических наук, доцент, e-mail: lyudvig.aslanyan@mail.ru

Работа посвящена применению алгоритма решения гипотезы, которую сформулировал известный математик П. Эрдеш. Математическое исследование задачи имеет прикладной характер в областях геодезии, картографии, топографии, географии и в космических исследованиях. Показано, как с помощью математического аппарата можно определить пространственные координаты разных точек относительно выбранной системы координат. В космическом пространстве с помощью математического моделирования можно контролировать и управлять движущимися объектами, включая искусственные спутники Земли (ИСЗ). Если спутник находится в любой точке пространства, то с помощью высоких технологий четко вычисляются натуральные или действительные координаты, расстояние (длина, радиус вектора) от наблюдательного пункта до спутника.

Ключевые слова: теория сравнений, экватор, теорема П. Ферма, теорема К. Ф. Гаусса.

Введение

Благодаря дошедшей до нас информации, исследования Земли начались с момента создания человечества. Эти исследования были тщательно проведены учеными и экспертами из разных стран, которые научно обосновали геометрическую форму Земли как шар, геоид или эллипсоид. В результате исследований были изучены размеры Земли, вращение, геодезические системы координат относительно начальной меридианы и экватора, высоты над океанами или морями и многие другие вопросы. На их основе были созданы такие отрасли науки, как география, астрономия, геодезия, картография, топография, космическая геодезия и многое другое. С использованием картографо-геодезических данных о поверхности Земли, современных технологий осуществляется множество действий, в том числе управление летательными аппаратами, искусственными спутниками Земли и ракетами.

Геодезия как наука, для решения поставленных перед собой задач и исходя из своих целей, всегда поручала математикам и физикам решать прикладную задачу. С нашей точки зрения, одной из таких задач можно считать гипотезу Павла Эрдеша (В. Сиерпинского, А. Шинцеля, но для исследования самой удобной является гипотеза П. Эрдеша), которая до 2015 г. не была доказана. Ее доказательство и алгоритм решения являются базой для исследования геодезических, космических и топографических проблем. Полученные при доказательстве проблемы результаты убедили авторов, что алгоритм решения этой задачи можно использовать для процесса нахождения натуральных координат точки на плоскости и в пространстве. Можно даже управлять движущимися в пространстве объектами, если их траектория характеризуется уравнением

$$1/x+1/y+1/z=1/q. \tag{1}$$

То есть, если движение спутника характеризуется уравнением $1/x+1/y+1/z=4/k=4/4q=1/q$, то всегда можно получить данные о его местонахождении в пространстве, контролировать и управлять спутником из наблюдательного пункта.

Актуальность

Алгоритм решения и доказательства гипотезы Эрдеша не только является результатом чисто математических исследований, но и имеет прикладной характер для различных исследовательских работ в областях геодезии, картографии, топографии. По нашему мнению, объединив высокие технологии и математическую модель полученного алгоритма, можно точно определить естественные или действительные координаты любого объекта, движущегося в космическом пространстве. Это позволяет управлять движущимися объектами (искусственным спутником и т. д.) из точки наблюдения. Если объект в пространстве находится на постоянной высоте (H) и движется по траектории с уравнением $1/x+1/y+1/z=1/q$, то естественные координаты его местоположения в любой точке находят в точности.

В этом отношении работа актуальна, так как до сих пор координаты точек на плоскости и в пространстве ищутся на основе точности приближений действительных чисел. Такие результаты не могут превосходить расчеты, полученные с естественными координатами, потому что они четкие и абсолютно точные. Точность траектории (графика) движущегося объекта зависит от наличия множества точек, чей естественный и реальный процесс поиска координат обеспечивается полученными формулами, и эти результаты делают управление движением объекта и безопасность в космосе более эффективными. Приведенные выше утверждения подтверждают современность работы, научную новизну и прикладной характер.

Цели работы

1. Обосновать, что алгоритм решения и доказательства гипотезы Эрдеша являются не только результатом точных исследований для математиков, программистов и занимающихся криптографией (криптовалютой), но и имеет прикладной характер.

2. Обосновать применение математической модели в таких областях, как геодезия, картография, топография и космология.

3. Доказать, что управление движущимся объектом на постоянной высоте и траекторией с уравнением $1/x+1/y+1/z=1/q$ более эффективно из точки наблюдения, поскольку координаты (натуральные и действительные) его местоположения (точки) определяются точными математическими формулами.

4. Полученные разработанным алгоритмом данные координат точек, расположенных на геодезической высоте (H), широте (B) и долготе (L), становятся более надежными и точными. Это повышает качество работы в геодезической, информационной и картографической областях.

Постановка задачи

По результатам математических исследований необходимо разработать методологию для дальнейшего повышения качества работы в областях геодезии, топографии, картографии и космологии.

Представим краткую информацию о содержании и исследовании поставленной задачи, которую сформулировал известный математик Павел Эрдеш. Она гласит: существуют ли для каждого натурального числа $k>1$ натуральные числа x, y, z такие, что $4/k=1/x+1/y+1/z$?

Алгоритм решения гипотезы

Задача П. Эрдеша была исследована на подмножествах натуральных чисел $\{4q\}$, $\{4q+1\}$, $\{4q+2\}$ и $\{4q+3\}$, из них представлен только тот случай, когда $k=4q$. В данный момент задача имеет натуральное решение для произвольного натурального числа $(k=4q)$. Если числа (x,y,z) рассматривать как координаты пространственной точки, то оказывается, что они находятся на такой плоскости, которая параллельна горизонтальной плоскости и характеризуется уравнением $z=h$. Другими словами, эти точки представляют собой набор, принадлежащий линии уровня $(1/x+1/y+1/z=1/q)$, которая получилась при пересечении поверхности земного шара (эллипсоид, или геоид, или шар, или просто поверхность) с плоскостями, характеризующимися уравнением $z=h$. Проекции этих точек на первой октанте пространства будут горизонтальными и поперечными координатами точек относительно системы координат. Местоположения государств, океанов, морей, городов и гор (относительно принятых систем координат) давно отмечены на картах, информационных бюллетенях и в других документах. Возникает вопрос для чего нужен новый метод? Расчеты, выполненные до настоящего времени, основаны на приближенных действительных числах, а предлагаемый метод основан на понятиях делителя, кратности, теории сравнения натуральных чисел и других математических утверждений. Для нахождения натуральных координат пространственных точек в соответствии с наблюдаемой системой местности или пространства метод будет точным, поскольку мы находим натуральные значения функций (x,y,z). Как отмечено, они расположены на плоскости, которая характеризуется уравнением $z=h$, находится на расстоянии h и параллельна горизонтальной плоскости. Проекции этих точек на горизонтальную плоскость будут определять геодезические координаты точек местности, зависимость между абсциссой и ординатой выражается: $y=ax$, где a – любой делитель элемента $q(q+1)$. Чтобы исследование было доступным для специалистов и экспертов, кратко представим алгоритм решения проблемы. Для этого еще раз напомним формулировку исследуемой задачи по П. Эрдешу: существует ли для каждого натурального числа $k>1$ натуральные числа x, y, z такие, что

$$4/k=1/x+1/y+1/z. \tag{2}$$

Проведя в полученном уравнении тождественные преобразования и введя натуральные параметры (m, n, a), мы получаем следующие формулы: $z=\dfrac{kn}{4n-mk}$, $x=\dfrac{n(a+1)}{ma}$, $y=\dfrac{n(a+1)}{m}$, $y=ax$ [1, 2]. Для нахождения натуральных значений числовых функций (x,y,z) используем теоремы существования, которые сформулированы в работах [1, 2]. Вспомним формулировку теоремы.

Теорема (*). Для того, чтобы значения числовой функции $z=\dfrac{kn}{4n-mk}$ были натуральными числами, необходимо и достаточно существование хотя бы одного, или нескольких, или всех из следующих предполагаемых условий: 1) $4n-k\cdot m=1$, 2) $4n-km=n$, 3) $4n-km=k$, 4) $4n-km=p_1$, 5) $4n-mk=p_1^{\alpha}p_2^{\beta}...p_i^{\lambda}$ и общее условие: $kn=t(4n-km)$ где $t\in N$.

Алгоритм решения задачи осуществлялся на подмножествах натуральных чисел вида $\{4q\}$, $\{4q+1\}$, $\{4q+2\}$ и $\{4q+3\}$. А если нужно найти и действительные решения, то необходимо присвоить параметру a отличное от 0 произвольное значение и найти значения числовых функций (x,y,z). Как отмечено, координаты точек находятся на пространственной поверхности, и можно утверждать, что существует множество точек с натуральными координатами на поверхности первой октанты выбранной пространственной системы координат. Сумма обратных координат этих точек постоянна и равна $4/k$, где $k\geq 2$. Отмеченные факты верны и для действительных координат за исключением значений $x=0$, $y=0$, $z=0$. Так как наша цель – показать прикладной характер задачи, то для этого предметом исследования берем подмножество натуральных чисел вида: $k\in\{4q\}=\{4, 8, 12, 16, \ldots, 4p, \ldots\}$, так как оно доступнее.

В этом случае получим следующее уравнение:

$$4/4q = 1/q = 1/x + 1/y + 1/z, \tag{3}$$

где $n/m = q(q+1)$, $z = t = q+1$, $x = q\cdot(q+1)\cdot(a+1)/a$, $y = ax$.

Геометрическая интерпретация следующая: если в первой октанте системы координат построить прямоугольный параллелепипед так, чтобы одна из вершин нижнего основания совпадала с началом системы координат $(0;0;0)$, а три боковых ребра соответственно лежали на осях $0x$, $0y$ и $0z$, тогда на верхней грани будет множество точек с натуральными координатами. Эти точки находятся на пересечении поверхности, характеризуемой уравнением (3), которая параллельна к плоскости $0xy$ и удалена от него на расстояние $z = t = q+1 = h$. Длина боковой стороны параллелепипеда и площадь нижнего основания зависят от числовых значений выбранных параметров $k = 4q$ и a. То есть область, полученная пересечением поверхности с уравнением (1) и плоскости $z = h = t = q+1$, является верхним основанием параллелепипеда. Мы уже отметили, что любой делитель элемента $q(q+1)$ является значением параметра a. Тогда на верхней грани параллелепипеда, для каждого значения параметра a, получаются разные точки с натуральными координатами (узел сети). Считаем, что узлы этих сетей, как известные пространственные точки, могут быть использованы в сферах космической геодезии, топографии, картографии как местонахождения разных объектов, в том числе и место движения искусственного спутника Земли (ИСЗ). Геометрическое место этих точек фиксированного k является линией уровня. Следовательно, движение ИСЗ можно описать траекторией, которая характеризуется уравнением (1). Тогда в любой момент времени всегда будет очевидно местонахождение ИСЗ в пространстве и его расстояние от точки наблюдения. Это расстояние совпадает с длиной главной диагонали прямоугольного параллелепипеда и она вычисляется по известной формуле $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$, где (a,b,c) – размеры сторон параллелепипеда. С помошью полученной формулы (3) определяются координаты точек, которые принадлежат плоскости $z = t = h$. Если $k = 4q$, то непосредственно получаются геодезические данные точек на поверхности Земли или в пространстве, в соответствии с предварительно выбранной системой координат. Доказываем, что можно сразу найти координаты точки. Действительно, подставив значение $k = 4q$ в формулу $z = \dfrac{k\cdot n}{4n - m\cdot k}$, получим: $z = \dfrac{q\cdot n}{n - q\cdot m}$. Чтобы $z \in N$, небходимо и достаточно, чтобы $q\cdot n = t(n - q\cdot m)$ (общее условие).

Найдем: $n/m = qt/(t-q)$, $x = (qt)(a+1)/(t-q)a$, $y = a\cdot x$. При значении $t = z = q+1$ имеем $x = q(q+1)(a+1)/a$. Все делители элемента $q(q+1)$ являются значениями параметра a. Тогда, сколько делителей имеет число $q(q+1)$ столько же задача имеет натуральных решений. Такие точки с натуральными координатами всегда находятся на плоскости $z=h=t=q+1$. В геодезии их принято называть геодезической шириной и долготой, в соответствии с выбранной системой координат.

Теперь перейдем к построению математической модели. Для того, чтобы значение z было натуральным, необходимо и достаточно, чтобы имело место хотя бы одно или несколько, или все из предполагаемых условий. То есть при очевидных делителях элемента $q \cdot t$ значения функции z будут натуральными и согласно данному требованию, имеем: 1) $n-qm=1$, 2) $n-qm=q$, 3) $qn=t(n-qm)$ общее условие, где $t \in N$.

Из условий (1) и (2) всегда найдутся натуральные решения, однако не для всех чисел вида $k=4q$.

Для этого рассмотрим третий случай (общее условие), так как для чисел вида $k=4q$ всегда можно найти натуральные решения. Действительно, в формулу $n/m=q \cdot t/(t-q)$ подставим значение $z=t=q+1$, получим: $n/m=q(q+1)$. Найдем соответствующие значения числовых функций x и y, выраженных через параметры (n, m, q, a), т. е. $x=n(a+1)/ma=q(q+1)(a+1)/a$, где $y=ax=q(q+1)(a+1)$. В этом случае делители всех порядков элемента $q \cdot (q+1)$ считаются значениями параметра a. Следовательно, функция z для фиксированного элемента $k=4q$ всегда получает натуральные значения и задача имеет $\tau=(1+\alpha_1)(1+\alpha_2)...(1+\alpha_i)$ решений, где τ – количество делителей числа вида $q(q+1)$. Например, если $q=2$, то $k=8=2^3$, $\tau(8)=(1+3)=4$ и $x=6(a+1)/a$. Если $a=1$, то $x=12$, $y=12$, $z=t=q+1=3$. Если $a=2$, то $x=9$, $y=18$, $z=t=q+1=3$. Если $a=3$, то $x=8$, $y=24$, $z=t=3$. Если $a=6$, то $x=7$, $y=42$, $z=t=3$. Задача имеет четыре натуральных решения. Действительно, $\tau(6)=(1+1)(1+1)=4$. То есть количество делителей шести равно четырем. Если высота $h=t=q+1$ изменяется, то в первой восьмерке находим множетство различных точек с натуральными координатами. Например, если $t=q+4$, то для фиксированного числа $k=4q$, $q=\{1, 2, 3, 4, \ldots, p, \ldots\}$ значения функции вида $x=q \cdot t/(t-q)=q(q+4)/4a$ зависят от параметров $t=q+4$ или от q и a, естественно сначала от t, q, а затем от a. В этом случае a считается таким делителем числа $q(q+4)$, который сравним с (-1) по модулю $t-q=4$, то есть $q \cdot (q+4)/d \equiv -1(\mathrm{mod}\,4)$. Например, если $q=1$, то числовая функция получает следующий вид: $x=5 \cdot (a+1)/4a$. С первого взгляда трудно заметить, что существуют такие натуральные значения a, при которых x принимает натуральные значения. Иначе, параметрами k и t обусловлено нахождение натуральных координат числовых функций (x, y) и тогда размеры прямоугольной поверхности местности (области) всегда изменяются. Исследования показали, что начиная с какого-то места существуют такие делители элемента $q(q+4)$, которые сравнимы с (-1) по модулю 4, т. е. $q(q+1)=(4r-1)\cdot A$, где $(4r-1)$ и A являются взаимно дополняющими делителями элемента $q(q+4)$. Найдем значение A, т. е. $A=q(q+4)/(4r-1)$, если $\boldsymbol{r}=1$, то $A=q(q+4)/3$. Доказываем, что начиная с какого-то числа N, задача для любого натурального q имеет решение. Чтобы значения A были натуральными числами, необходимо и достаточно, чтобы существовало условие: $q\equiv\alpha(\mathrm{mod}\,3)$, $\alpha\in\{0,1,2\}$. Если $\alpha=0$, то $q=3p$, $A=3p(3p+4)/3=p(3p+4\in\{7,20,39,64,\ldots\}$. Если $\alpha=2$, то $q=3p+2$, $A=\dfrac{(3p+2)(3p+6)}{3}=(3p+2)(p+2)\in\{4, 15, 55, 84, \ldots\}$. Если $\alpha=1$, то $q=3p+1$, $A=(3p+1)(3p+5)/3$, где $(3p+1,3)=1$. Очевидно, что в множестве $\{3p+1\}=\{1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31,\ldots\}$ существует бесконечное количество геометрических прогрессий, члены которых удовлетворяют условию малой теоремы П. Ферма, т. е. существует значение параметра p, такое что $(3p+1)/d\equiv-1(\mathrm{mod}\,3)$. Например из $\{3p+1\}$ составим такие последовательности, чтобы доказать вышесказанное утверждение: $2^2,2^4,\ldots,2^{2\lambda},\ldots$, $10^1,10^2,\ldots,10^{\lambda},\ldots$, т. е. $2^{2\lambda}/d\equiv1(\mathrm{mod}\,3)$, $10^{\lambda}/d\equiv1(\mathrm{mod}\,3)$. Таким образом получаем множество чисел параметров A и q

$$\{A=q(q+4)/3\}=\{3p(3p+4)\}\cup\{(3p+1)(3p+5)\}\cup\{(3p+2)(p+2)\},$$

$$\{q\}=\{3p\}\cup\{3p+1\}\cup\{3p+2\}.$$

В этой ситуации задача имеет натуральные решения, потому что всегда найдутся натуральные значения параметра A, при котором существует условие: $2^{2\lambda}/d=a=2^{2\lambda-1}\equiv-1(\mathrm{mod}\,3)$, $10^{2\lambda}/d=2^{\alpha}\cdot5^{\beta}=a\equiv-1(\mathrm{mod}\,3)$, где числа α и β – нечетные и $\alpha+\beta=2\lambda$. Избегая трудностей, продолжим исследование на множестве $\{k\}=\{4q\}=\{4, 8, 12, \ldots\}$. Тогда, при выполнении геодезических измерений почти исключаются приблизительные вычисления и результаты получаются более точными, поскольку мы имеем дело с делителями натуральных чисел. Обоснуем эти комментарии на примере.

Пусть $k=4q=240$. В этом случае получим уравнение $4/240=1/60=1/x+1/y+1/z$, где $z=60n/(n-60m)$. Для того, чтобы $z\in N$, необходимо и достаточно, чтобы $60n=t(n-60m)$ (общее условие). Найдем отношение n/m, $n/m=60t/(t-60)$. Если $t=61$, то $x=(60\cdot61)(a+1)/a$, каждый делитель числа ($60\cdot61=3\,660$) является значением для a и числовые функции (x, y, z) получат натуральные значения. Например, если $a = 3\,660$, то $x = 3\,660(a+1)/a = 3\,661$, $y = ax = 3\,660 \cdot 3\,661$, $z = t = 61$, $k = 240$. Вершины верхней грани построенного параллелепипеда имеют самые большие координаты: $(x; y; z) = (3\,661;\, 3\,660 \cdot 3\,661;\, 61)$, где $x = 60 \cdot 61(a+1)/a$. Имеем: $(60 \cdot 61) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 61$. Число делителей равно $\tau = (1+2)(1+1)(1+1)(1+1) = 24$. То есть количество делителей числа $(60 \cdot 61)$ равно 24, где делителями числа 60 являются: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60$. Найдем делители числа $60 \cdot 61$ по известной формуле Гаусса [3, 4, 5]. Имеем: $(60 \cdot 61) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 61$. Образуем суммы, состоящие из очевидных делителей: $(1+2+2^2)$, $(1+3)$, $(1+5)$, $(1+61)$.

Перемножим суммы в скобках. Каждый член полученной суммы будет делителем числа $60 \cdot 61$. Согласно формуле Гаусса, составим следующее произведение $(1+2+4)(1+3)(1+5)(1+61) = (1+2+4)(1+3+5+15)(1+61) =$ $= (1+2+4)(1+3+5+5+61+183+305+915) = 1+3+5+15+61+183+305+915+$ $+2+6+10+30+122+316+610+1830+4+12+20+60+244+632+1\,220+3\,660$.

Таким образом, делителями числа $60 \cdot 61$ будут следующие числа (их всего 24): $1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60, 61, 122, 183, 244, 305, 316, 610, 632,$ $915, 1\,220, 1\,830, 3\,660$.

Если $a = 3\,660$, то самую большую площадь поверхности имеют нижнее и верхнее основания параллелепипеда: $s = xy = 3\,661 \cdot 3\,660 \cdot 3\,661$ кв. единиц. Для остальных 23 значений делителя a существуют 23 параллелепипеда, которые вписаны в имеющую наибольшую размерность параллелепипед. Таким образом, если провести плоскость, параллельную плоскости $(x0y)$, на расстоянии в $z = 61$ единиц, то на контуре пересечения этой плоскости и плоскости, характеризуемой уравнением $4/240 = 1/60 = 1/x + 1/y + 1/z$, будут расположены 24 точки с натуральными координатами. Область, ограниченная этим контуром, является площадью верхней грани параллелепипеда. Проекция предельной линии контура на плоскость $(x0y)$ будет линией уровня, на которой находятся 24 числа с натуральными координатами. Координаты этих точек в прямоугольной области будут измерениями широты и долготы местности. Для решения прикладных задач целесообразно выбирать в качестве параметра k числа, кратные четырем, т. е. $k = 4q$, где q – натуральное число. В этом случае $x = qt(a+1)/(t-q)$. Если $t = q+1$, то $x = q(q+1)(a+1)/a$, естественно все делители числа $q(q+1)$ будут значениями для a. Если q – фиксированное число, то самыми большими измерениями параллелепипеда будут: $x = (q(q+1)+1)$, $y = ax = q(q+1)(q(q+1)+1)$, $a = q+1$, $z = h = q+1$, $k = 4q$. Самая большая площадь основания параллелепипеда равна $S = xy = [q(q+1)+1][q(q+1)(q(q+1)+1)]$ кв. единиц. Предложенный алгоритм предоставляется специалистам, экспертам и программистам.

Теперь решим задачу.

Как мы знаем, радиус экватора Земли равен $6\,378{,}136$ км [6], а диаметр $12\,756{,}272$ км. Параметру k присваиваем числовое значение диаметра экватора, т.е. $k = 12\,756{,}272$ км. Получим следующее диофантовое уравнение: $4/12\,756{,}272 = 4\,000/12\,756\,272 = 250/797\,267 = 1/x + 1/y + 1/z$.

Согласно гипотезе Анджея Шинцеля, диофантовое уравнение вида [7]

$$p/k = 1/x + 1/y + 1/z\,, \tag{4}$$

начиная с числа $k \geq N$, всегда имеет натуральное решение. Применим полученный алгоритм для решения уравнения (4), откуда: $z = \dfrac{797\,267n}{250n - 797\,267m}$. Для того, чтобы $z \in N$, необходимо и достаточно, чтобы имело место одно или несколько, или все из следующих предполагаемых условий:

1) $250n - 797\,267m = 1$; 2) $250n - 797\,267m = 61$; 3) $250n - 797\,267m = 1307$; 4) $250n - 797\,267m = 797\,267$ и $797\,267n = t(250n - 797\,267m)$, $t \in N$ (делителями числа $797\,267$ являются простые числа 59 и $13\,513$). Все условия имеют натуральные решения, но рассмотрим только общий случай.

Исследование условия $797\,267n = t(250n - 797\,267m)$. Найдем значение отношения $\dfrac{n}{m}$, т. е. $\dfrac{n}{m} = \dfrac{797\,267 \cdot t}{250t - 797\,267}$. Пусть $t = 3190$. В этом случае $\dfrac{n}{m} = \dfrac{797\,267 \cdot 3190}{233}$, $x = \dfrac{797\,267 \cdot 3190(a+1)}{233a} = \dfrac{797\,267 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 319 \cdot (a+1)}{233a} =$ $= \dfrac{59 \cdot 13\,513 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 319 \cdot (a+1)}{233 \cdot a}$.

Если $a = 13\,513$, то $x = 59 \cdot 58 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 319$, $y = ax = 13513 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 59 \cdot 58 \cdot 3$, $z = t = 3190$, $k = 12\,756{,}272$ км.

Проверка:

$$4/12\,756{,}272 = 4\,000/12\,756\,272 = 250/797\,267 = 1/(3\,190) +$$
$$+1/(13\,513 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 59 \cdot 58 \cdot 319) + 1/(2 \cdot 5 \cdot 59 \cdot 58 \cdot 319) = 1/(2 \cdot 5 \cdot 319) +$$
$$+1/(13\,514)/(2 \cdot 5 \cdot 59 \cdot 58 \cdot 319 \cdot 13\,513) = 1/(2 \cdot 5 \cdot 319) + 233/(2 \cdot 5 \cdot 59 \cdot 319 \cdot 13\,513) =$$
$$= 797\,500/(2 \cdot 5 \cdot 59 \cdot 319 \cdot 13513) = 250/797\,267.$$

Координаты точки $(x; y; z) = ((59 \cdot 58 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 319); (59 \cdot 58 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 319 \cdot 13\,513); (3190))$, $t = h = 3190$. Как видим, натуральные решения гипотезы Эрдеша, с моей точки зрения, могут быть применимы в космической геодезии, топографической картографии, в военном деле, для контроля и уничтожения цели (ракет, военных истребителей и т. д). Если заданы числовые значения высоты точек, можно найти бесконечное количество точек на плоскости, которые параллельны горизонтальной плоскости, а геометрическое место этих точек является траекторией летающего объекта (самолет, спутник, ракета и т. д.).

С программным обеспечением можно управлять работой ИСЗ и других летательных объектов.

Полагаем, что натуральные решения гипотезы Эрдеша и разработанный алгоритм могут быть использованы при процессе коррекции отклонений на орбите спутников системы ГЛОНАСС РФ, так как ИСЗ движется по эллипсоидальным орбитам. При изменении параметра $(t = h)$ получаем разные точки на плоскости $(z = t = h = q + 1)$ в пространстве с натуральными координатами, относительно выбранной системы.

В области картографии при наблюдении GPS-приемниками получают плановые координаты X, Y и геодезическую высоту H, а на практике в топографических картах используются нормальные высоты H^{γ} [8, 9]. В тех регионах Земли, где определена математическая модель квазигеоида, можем получить нормальные высоты наблюдаемых точек, методом интерполяций можно внести поправку ζ превышения квазигеоида при переходе от системы геодезических высот H к системе нормальных высот H^{γ}.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Асланян Л. Х. Исследование алгоритма решения диофантовых задач вида $4/k = 1/x + 1/y + 1/z$, сформулированного П. Эрдешем // Вестник СГУГиТ. – 2016. – Вып. 3 (35). – С. 57–67.

2. Асланян Л. Х. Алгоритмы решения диофантовых задач Эрдеша – Штрауса и В. Серпинского. Т. 1, 2 : монография. – Ереван, 2015.

3. Карташян А. А. Теоретическая и практическая арифметика (на арм. языке). – Ереван, 1969. – С. 99–101.

4. Виноградов И. М. Основы теории чисел. – М., 1965. – С. 19–21.

5. Тулинов В. А., Чекмарев Я. Ф. Теоретическая арифметика. – М., 1940. – С. 95–105.

6. Параметры Земли 1990 год (ПЗ-90) / В. Ф. Галазин, Б. Л. Каплан, М. Г. Лебедев и др., под общей ред. В. В. Хвастова. – М. : Координац. научно-информ. центр, 1998. – С. 4.

7. Открытые проблемы. Проблемы современной математики. Отдел теория чисел. Национальная Академия РФ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://gruzdorf.ru/wiki/Египетские дроби.

8. Jiang T., Wang Y. M. On the spectral combination of satellite gravity model, terrestrial and airborne gravity data for local gravimetric geoid computation // Journal of Geodesy. – 2016. – Vol. 90 (12). – P. 1405–1418.

9. Eshagh M., Zoghi S. Local error calibration of EGM08 geoid using GNSS/levelling data // Journal of Applied Geophysic. – 2016. – Vol. 130. – P. 209–217.

Получено 05.11.2019

SOME APPLICATIONS OF P. ERDOS THEOREM SOLUTION IN GEODESY AND CARTOGRAPHY

Hovsep S. Petrosyan
National University of Architecture and Construction of Armenia, 105, Teryana St., Yerevan, Armenia, 374009, D. Sc., Professor, e-mail: hovsep-petrosyan@mail.ru

Ludwig K. Aslanyan
Abovyan State College, Usanohakan Lane, 4, Abovyan, Armenia, 374009, Ph. D., Associate Professor, e-mail: lyudvig.aslanyan@mail.ru

The work is devoted to the application of the algorithm for solving the hypothesis, which was formulated by the famous mathematician P. Erdös. The mathematical study of the problem has an applied character in the fields of geodesy, cartography, topography, geography and in outer space. That is, using the mathematical apparatus, it is possible to determine the spatial coordinates of different points relative to the selected coordinate system. In space with mathematical modeling, you can control and navigate moving objects, including artificial Earth satellites (AES). If the satellite is located anywhere in space, then using high technologies, the natural or real coordinates, even the distance from the observation point to the satellite, the inclined cosines relative to the coordinate axes are clearly calculated planes characterized by the equation z = h. The projections of these points on the (xoy) plane will be the horizontal and transverse coordinates of the points, relative to the coordinate system.

Key words: Comparison theory, equator, theorem P. Ferma, K. F. Gaussa.

REFERENCES

1. Aslanyan, L. Kh. (2016). The study of the algorithm for solving Diophantine problems of the form 4 / k = 1 / x + 1 / y + 1 / z formulated by P. Erdes. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 3(35), 57–67 [in Russian].

2. Aslanyan, L. Kh. (2015). *Algoritmy resheniya diofantovkh zadach Erdyesha-Shtrausa i V. Serpinskogo: T. 1, 2 [Algorithms for solving Diophantine problems of Erdös-Strauss and V. Sierpinsky: Vol. 1, 2]*. Yerevan [in Russian].

3. Kartashyan, A. A. (1969). *Teoreticheskaja i prakticheskaja arifmetika [Theoretical and practical arithmetic]* (pp. 99–101). Yerevan [in Russian].

4. Vinegradov, I. M. (1965). *Osnovy teorii chisel [Fundamentals of Number Theory]* (pp. 19–21). Moscow [in Russian].

5. Tulinov, V. A., Chvkmarev, Y. F. (1940). *Teoreticheskaya arifmetika [Theoretical Arithmetic]* (pp. 95–105). Moscow [in Russian].

6. Glazin, V. F., Kaplan, B. L., Lebedev, M. G., & etc. (1998). *Parametry Zemli 1990 god (PZ-90) [Earth parameters 1990 (PZ-90)]*. V. V. Khvastova (Ed.). Moscow: Coordination Research and Information Center, p. 4. [in Russian].

7. Open problems. Problems of modern mathematics. Division of number theory. National Academy of the Russian Federation. Retrieved from http://gruzdorf.ru/wiki/Египетские дроби [in Russian].

8. Jiang, T., & Wang, Y. M. (2016). On the spectral combination of satellite gravity model, terrestrial and airborne gravity data for local gravimetric geoid computation. *Journal of Geodesy*, *90*(12), 1405–1418.

9. Eshagh, M., & Zoghi, S. (2016). Local error calibration of EGM08 geoid using GNSS/levelling data. *Journal of Applied Geophysic*, *130*, 209–217.

Received 05.11.2019