

## ГЕОДЕЗИЯ И МАРКШЕЙДЕРИЯ

---

УДК 629.783:527:535.32:517.518.153/155  
DOI: 10.33764/2411-1759-2019-24-3-5-16

### ОБ ОЦЕНКЕ ДИСПЕРСИЙ ОПРЕДЕЛЕНИЙ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОИЗВОДНЫХ

*Владимир Степанович Вдовин*

АО «Российские космические системы», 111250, Россия, г. Москва, ул. Авиамоторная, 53, начальник сектора, e-mail: [contact@spacescorp.ru](mailto:contact@spacescorp.ru)

*Валерий Егорович Вовасов*

АО «Российские космические системы», 111250, Россия, г. Москва, ул. Авиамоторная, 53, кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник, e-mail: [contact@spacescorp.ru](mailto:contact@spacescorp.ru)

*Алексей Викторович Зайчиков*

АО «Российские космические системы», 111250, Россия, г. Москва, ул. Авиамоторная, 53, начальник сектора, e-mail: [ink1024az@gmail.com](mailto:ink1024az@gmail.com)

*Альберт Петрович Фурсов*

АО «Российские космические системы», 111250, Россия, г. Москва, ул. Авиамоторная, 53, кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник, e-mail: [contact@spacescorp.ru](mailto:contact@spacescorp.ru)

*Андрей Альбертович Фурсов*

АО «Российские космические системы», 111250, Россия, г. Москва ул. Авиамоторная, 53, начальник отдела, e-mail: [aa.fursov@mail.ru](mailto:aa.fursov@mail.ru)

В статье представлен общий подход к оценке дисперсий определений радионавигационных параметров с использованием производных (разностей) радионавигационных параметров. Предполагается, что первичные измерения являются беззапросными и формируются с использованием высокостабильных опорных генераторов, входящих в состав передающей и приемной аппаратуры.

Рассмотрены три способа оценки дисперсий определений радионавигационных параметров с использованием производных (разностей) радионавигационных параметров: способ получения оценок по лаговым (временным) разностям нестационарной случайной дискретной функции; способ получения оценок по ансамблевым разностям нестационарной случайной дискретной функции; способ получения оценок по комбинации ансамблевых и лаговых разностей нестационарной случайной дискретной функции (комбинированный способ).

**Ключевые слова:** ГЛОНАСС, GPS, опорный генератор, радионавигационный параметр, псевдодальность, псевдофаза, слип, дисперсия, среднеквадратическая погрешность.

### Введение

В статьях [1, 2], написанных авторами данной статьи, были независимо разработаны методики оценки аппаратной погрешности результатов определений радионавигационных параметров (РНП) с использованием производных (разностей) РНП и приближения орбиты космического аппарата (КА), на котором установлена аппаратура спутниковой навигации (АСН), оптимальными степенными полиномами. В данной статье разработан общий подход к оценке дисперсий и среднеквадратических погрешностей (СКП) определений РНП с использованием производных (разностей) РНП.

#### Статистические модели определений радионавигационных параметров

Статистические модели определений РНП АСН, например, в представлении [1, 2], могут быть описаны универсальной нестационарной случайной дискретной функцией вида  $X_{j,l}^{(K)}(t_i)$ :

$$X_{j,l}^{(K)}(t_i) = m_{j,l}^{(K)}(\Delta t) + a_{j,l}^{(K)}(t_i, \Delta t) + M_{j,l}^{(K)}(t_i) + \delta_{j,l}^{(K)}(t_i), \quad (1)$$

где  $i$  – номер текущего отсчета,  $i = 1, \dots, n$ ;

$j$  – номер текущего КА ГНСС;

$K$  – индекс, обозначающий поддиапазон и его частоту (для ГЛОНАСС L1 с несущими частотами  $f_{K1}$ , L2 с несущими частотами  $f_{K2}$  и для GPS L1C с несущей частотой  $f_G$ );

$l$  – индекс, обозначающий тип навигационного сигнала (СТ или ВТ);

$m_{j,l}^{(K)}(\Delta t)$  – постоянная составляющая выборки на интервале  $\Delta t = t_n - t_0$ ,

который назовем интервалом сеанса измерений (СИ);

$a_{j,l}^{(K)}(t_i, \Delta t)$  – медленноменяющаяся составляющая выборки на интервале  $\Delta t$ ;

$M_{j,l}^{(K)}(t_i)$  – скачкообразная составляющая («слип») выборки на текущий момент (только для измерений псевдофаз);

$\delta_{j,l}^{(K)}(t_i)$  – шумовая составляющая выборки на текущий момент.

Постоянная составляющая  $m_{j,l}^{(K)}(\Delta t)$  включает элементы формул для РНП, представленных в [1, 2]),  $\tau_{j,L1,BT}$ ,  $\tau_{j,L2,BT}$ ,  $\Delta T^{j,GPS}$ ,  $T_{GD}^j$ ,  $ISC_{L1C/A}^j$ ,  $\tau_{j,L1C/A}$ ; соответственно, медленноменяющаяся составляющая  $a_{j,l}^{(K)}(t_i, \Delta t)$  включает элементы  $R_j(t_i)$ ,  $c\Delta T_i$ ,  $c\Delta T_i^j$ ,  $T_{i,ion}^j$ . Особенностью компоненты  $T_{i,ion}^j$  являются ее скачкообразные изменения, вызванные ионосферными возмуще-

ниями. Для уменьшения в переменной составляющей  $a_{j,l}^{(K)}(t_i, \Delta t)$  влияния высокочастотных элементов  $R_j(t_i)$ , будем использовать замену в уравнениях для РНП элементов  $R_j(t_i)$  их разностями  $\Delta R_j(t_i)$  с некоторыми расчетными значениями  $R_j^p(t_i)$

$$\Delta R_j(t_i) = R_j(t_i) - R_j^p(t_i), \quad (2)$$

такими, что  $a_{j,l}^{(K)}(t_i, \Delta t)$  может быть описана степенным полиномом не более 6-го порядка

$$a_{j,l}^{(K)}(t_i, \Delta t) = \sum_{m=1}^6 b_m t^m, \quad (3)$$

где  $b_m$  – коэффициенты полинома.

В этом случае формулу (1) можно записать в виде

$$\bar{X}_{j,l}^{(K)}(t_i) = m_{j,l}^{(K)}(\Delta t) + \sum_{m=1}^{m=6} b_m t^m + M_{j,l}^{(K)}(t_i) + \delta_{j,l}^{(K)}(t_i), \quad (4)$$

где  $\bar{X}_{j,l}^{(K)}(t_i)$  – редуцированная функция  $X_{j,l}^{(K)}(t_i)$

$$\bar{X}_{j,l}^{(K)}(t_i) = X_{j,l}^{(K)}(t_i) - R_j^p(t_i). \quad (5)$$

Скачкообразная составляющая  $M_{j,l}^{(K)}(t_i)$  присуща только измерениям псевдофаз. Отличается  $M_{j,l}^{(K)}(t_i)$  от введенных в формулах для РНП в [1] и [2] неоднозначностей  $M_{j,l}^{(K)}(t_i)$  тем, что в ней заложена возможность скачкообразного изменения («слипа»)  $M_{j,l}^{(K)}(t_i)$  на целое количество длин волн  $\lambda_l^{(K)}$  из-за срыва (скачка) слежения за фазой в приемнике.

Шумовые составляющие измерений псевдодальностей  $\xi_j^j$  (и псевдофаз  $\zeta_{\Psi_j}$ ) имеют две значимые компоненты. Первая составляющая (на примере псевдодальностей)  $\xi_{\text{ОГ}}$  вызвана в основном шумом опорного генератора (ОГ) приемника, обусловлена кратковременной нестабильностью его частоты и является общей для всех следящих каналов приемника; вторая составляющая  $\xi_{\text{ТШ}}^j$  вызвана в основном тепловым шумом отдельного следящего канала приемника. При равной шумовой температуре всех следящих каналов приемника

дисперсия  $\sigma_{\text{ТШ}}$  тепловых шумов каналов одинакова, однако между собой шумы каналов приемника не коррелированы. Для примера приведем формулу для шумовой составляющей  $\xi_{L1, \text{ВТ}}^j$  измерений псевдодальности по коду ВТ в поддиапазоне  $L1$  для  $j$ -го КА ГЛОНАСС

$$\xi_{L1, \text{ВТ}}^j = \xi_{\text{ОГ}} + \xi_{L1, \text{ВТ}, \text{ТШ}}^j \quad (6)$$

и формулу разностей  $\Delta \xi_{L1, \text{ВТ}}^{j, (j-1)}$  шумовых составляющих измерений псевдодальности по коду ВТ в поддиапазоне  $L1$  между  $j$ -м и  $(j-1)$ -м КА ГЛОНАСС

$$\Delta \xi_{L1, \text{ВТ}}^{j, (j-1)} = \xi_{L1, \text{ВТ}, \text{ТШ}}^j - \xi_{L1, \text{ВТ}, \text{ТШ}}^{j-1} \quad (7)$$

Для (6) общая шумовая дисперсия  $[\sigma_{L1, \text{ВТ}, \text{Ш}}^j]^2$  равна

$$[\sigma_{L1, \text{ВТ}, \text{Ш}}^j]^2 = [\sigma_{\text{ОГ}}]^2 + [\sigma_{L1, \text{ВТ}, \text{ТШ}}^j]^2, \quad (8)$$

и в ней присутствует влияние ОГ в виде  $[\sigma_{\text{ОГ}}]^2$ .

Для (7) общая шумовая дисперсия  $[\sigma_{L1, \text{ВТ}, \text{Ш}}^{\Delta j, (j-1)}]^2$  равна

$$[\sigma_{L1, \text{ВТ}, \text{Ш}}^{\Delta j, (j-1)}]^2 = 2[\sigma_{L1, \text{ВТ}, \text{ТШ}}^j]^2. \quad (9)$$

В ней влияния ОГ нет, но из-за взятия разности (7) дисперсия (9) по шумам каналов приемника удваивается.

Шумовая составляющая  $\delta_{j,l}^{(K)}(t_i)$ , имеющая согласно (6) две значимые компоненты, принимается за выборку некоррелированных отсчетов, имеющих нормальное распределение  $N(\bar{m}_{\text{Ш}}, \sigma)$  с нулевым математическим ожиданием  $\bar{m}_{\text{Ш}} = 0$  и постоянным на интервале СИ средним квадратическим отклонением (СКО)  $\sigma_{\text{Ш}}$ , т. е.  $\delta_{j,l}^{(K)}(t_i)$  является близкой к белому шуму.

### ***Выбор статистических оценок погрешностей определений радионавигационных параметров и способов их получения***

Учитывая сформулированные выше определения касательно модели определений РНП АСН, а также результаты исследований статистических свойств РНП ГНСС [3–15] и требования ГОСТ [16], будем считать основным статистическим параметром РНП СКП  $\sigma$  РНП, представляющую собой сумму шумового СКО  $\sigma_{\text{Ш}}$  и систематической составляющей  $\Delta$ , обусловленной неучтенным остаточным влиянием медленноменяющейся составляющей  $a_{j,l}^{(K)}(t_i, \Delta t)$ :

$$\sigma = \sigma_{\text{ш}} + \Delta. \quad (10)$$

При этом учтем, что шумовое СКО  $\sigma_{\text{ш}}$ , в зависимости от способов получения оценок, выраженных в формулах (6)–(9), может включать или не включать шум  $\xi_{\text{ОГ}}$  ОГ.

Из формул (1) и (5) следуют три известных способа получения статистических оценок  $\sigma_{\text{ш}}$ ,  $\Delta$  и  $\sigma$  нестационарной случайной дискретной функции  $X_{j,l}^{(K)}(t_i)$ :

- а) способ получения оценок по лаговым (временным) разностям (производным) нестационарной случайной дискретной функции;
- б) способ получения оценок по ансамблевым разностям нестационарной случайной дискретной функции;
- в) способ получения оценок по комбинации ансамблевых и лаговых разностей нестационарной случайной дискретной функции (комбинированный способ).

Опишем и детализируем эти способы.

1. Способ получения оценок по лаговым (временным) разностям (производным) нестационарной случайной дискретной функции.

Для выбранной модели (4) нестационарной случайной дискретной функции последовательно вычисляются от первой до седьмой ( $k = 1, \dots, 7$ ) производные (разности)  $\Delta^k \bar{X}_{j,l}^m(t_i)$  по формуле

$$\Delta^k \bar{X}_{j,l}^m(t_i) = \left(\frac{d}{dt}\right)^k \bar{X}_{j,l}^m(t_i), \quad (11)$$

где  $k$  – индекс взятия производной (разности),  $k = 1, \dots, 7$ .

Согласно гипотезе (3) производная  $\Delta^k \bar{X}_{j,l}^m(t_i)$  будет стационарной случайной дискретной функцией при

$$k = m_m + 1, \quad (12)$$

где  $m_m$  – максимальная степень полинома, которая, в зависимости от условий эксперимента, может принимать значения от 0 до 6.

Стационарная  $\Delta^k \bar{X}_{j,l}^m(t_i)$

$$\Delta^k \bar{X}_{j,l}^m(t_i) = \Delta^k \hat{M}_{j,l}^m(t_i) + \Delta^k \delta_{j,l}^m(t_i), \quad (13)$$

подвержена не только влиянию шума  $\Delta^k \delta_{j,l}^m(t_i)$ , но и фазовым «слипам»  $\Delta^k \hat{M}_{j,l}^m(t_i)$  на одной частоте.

Как видно, все систематические и нестационарные компоненты выражений (1) или (4) в (13) отсутствуют, однако случайная компонента  $\Delta^k \delta_{j,l}^m(t_i)$  харак-

теризуется, в зависимости от  $k$ , согласно [2], дисперсией  $[\sigma_{\Delta^k}]^2$ , увеличенной по отношению к  $\sigma^2$  в  $Q_k$  раз. Значения  $Q_k$  были вычислены по методике, изложенной в [2], с использованием разложения  $\Delta^k \bar{X}_{j,l}^m(t_i)$  в ряд Тейлора и метода Гаусса последовательного исключения неизвестных.

Значения  $Q_k$  для  $k = 1, \dots, 7$  представлены в таблице.

Значения коэффициента  $Q_k$  увеличения дисперсии  $\sigma^2$  в  $k$ -й производной

$k$	1	2	3	4	5	6	7
$Q_k$	2	6	20	70	252	924	3 432

Из таблицы следует, что конечная оценка  $\sigma$  вычисляется по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{[\sigma_{\Delta^k}]^2}{Q_k}}, \quad (14)$$

и в ней  $\sigma_{\text{ш}}$  считается преобладающей над  $\Delta$ .

Проверка правильности гипотезы (3) осуществляется путем сравнения дисперсии  $[\sigma_{\Delta^6}]^2$  с дисперсией  $[\sigma_{\Delta^5}]^2$  «слева» и дисперсией  $[\sigma_{\Delta^7}]^2$  «справа».

Если гипотеза (3) верна, то должно строго выполняться условие

$$\frac{[\sigma_{\Delta^7}]^2}{[\sigma_{\Delta^6}]^2} = \frac{3\,432}{924} \approx 3,710 \quad (15)$$

при любом  $\frac{[\sigma_{\Delta^6}]^2}{[\sigma_{\Delta^5}]^2}$ .

Если и для  $\frac{[\sigma_{\Delta^6}]^2}{[\sigma_{\Delta^5}]^2}$  строго выполняется условие

$$\frac{[\sigma_{\Delta^6}]^2}{[\sigma_{\Delta^5}]^2} = \frac{924}{252} \approx 3,670, \quad (16)$$

то в (4) можно использовать степенной полиномом 5-го порядка, но это не сказывается на правильности и точности оценки  $\sigma$  на основании использования

полинома 6-го порядка по формуле (14). Принцип сравнения дисперсий «слева» и «справа» от оцениваемой производной справедлив и может применяться для любых смежных производных.

Формула для  $\sigma$ , аналогичная формуле (14), и метод определения порядка полинома методом последовательных разностей, аналогичный методу проверки правильности гипотезы (3) с использованием формул (15), (16), получены также в работе [17]. В [17] формула для  $\sigma$  выглядит следующим образом:

$$\sigma^2 = \frac{D[\Delta^k X]}{\binom{2k}{k}}, \quad (17)$$

где  $\binom{2k}{k}$  – число сочетаний из  $2k$  по  $k$ , дающее те же значения, что и  $Q_k$ , а метод определения порядка полинома методом последовательных разностей определен в виде вычисления первых, вторых, третьих и т. д. разностей; определении сумм квадратов, делении на  $\binom{2}{1}$ ,  $\binom{4}{2}$ ,  $\binom{6}{3}$  и т. д. и обнаружении момента, когда это отношение становится постоянным. Таким методом получают и оценки порядка полинома, содержащегося в исходном ряде, и дисперсию  $\sigma^2$  случайного компонента.

Согласно (8) в  $\sigma$  по (14) присутствует влияние и шума ОГ и теплового шума приемника. Отбраковка аномальных измерений для получения  $[\sigma_{\Delta^m}]^2$  осуществляется обычным образом по критерию  $3\sigma$ .

2. Способ получения оценок по ансамблевым разностям нестационарной случайной дискретной функции.

По модели (4) вычисляем так называемую *межчастотную* первую разность  $\Delta_{1,2}^1 X_{j,l}^{(K)}(t_i)$  по индексу  $K$ , например для  $K = 1$  и  $K = 2$ :

$$\Delta_{1,2}^1 X_{j,l}^{(K)}(t_i) = \Delta_{1,2}^1 m_{j,l}^{(K)}(\Delta t) + \Delta_{1,2}^1 M_{j,l}^{(K)}(t_i) + \Delta_{1,2}^1 \delta_{j,l}^{(K)}(t_i), \quad (18)$$

которая, как и в предыдущем случае, становится стационарной случайной дискретной функцией, но подверженной фазовым «слипам» на двух частотах. Эту разность можно считать полученной по ансамблю (ансамблевой), потому что она получена из двух параллельных выборок наблюдений за одним случайным процессом, но на разных частотах.

В выражении (18) нестационарная компонента  $a_{j,l}^{(K)}(t_i, \Delta t)$  отсутствует, а другие компоненты изменились и обозначены знаком разности  $\Delta_{1,2}^1$ . Принципиальным является то, что исключается влияние ионосферы, входящей в ком-

поненту  $a_{j,l}^{(K)}(t_i, \Delta t)$ , благодаря чему уравнение (18) называют ионосферно-свободной комбинацией. В большинстве случаев постоянная компонента  $\Delta_{1,2}^1 m_{j,l}^{(K)}(\Delta t)$  пренебрежимо мала, но она может быть оценена как среднее (математическое ожидание) на интервале  $\Delta t$  СИ.

На базе ионосферно-свободной комбинации (18) могут быть сформированы так называемые межпунктовые одномоментные *одинарные* и *двойные* разности [1] между приемником АСН, эталонным приемником наземной базовой станции (БС) и приемниками навигационных КА, которые также являются ансамблевыми. Указанная методика согласно [1] позволяет косвенно оценивать дисперсию фазовых измерений АСН с максимальным ослаблением влияния и медленноменяющихся, и систематических компонент.

Скачкообразная компонента  $\Delta_{1,2}^1 M_{j,l}^{(K)}(t_i)$  приобретает свойства, позволяющие находить «слипы» и восстанавливать измерения в месте «слипа». Случайная компонента  $\Delta_{1,2}^1 \delta_{j,l}^{(K)}(t_i)$  не содержит влияния ОГ, но ее оценка (дисперсия  $[\sigma_{\Delta_{1,2}^1}]^2$ ) может быть нетривиальной (не по закону удвоения дисперсии разности (статистической суммы) двух случайных величин). Формулу дисперсии  $[\sigma_{\Delta_{1,2}^1}]^2$  можно записать в виде

$$[\sigma_{\Delta_{1,2}^1}]^2 = Q_{\Delta_{1,2}^1} \sigma^2, \quad (19)$$

где  $Q_{\Delta_{1,2}^1}$  – коэффициент увеличения дисперсии, высчитываемый для каждого типа ансамблевой разности нестационарной случайной дискретной функции индивидуально.

Отбраковка аномальных измерений псевдодальностей по кодам для получения  $[\sigma_{\text{ш}\Delta_{1,2}^1}]^2$  осуществляется обычным образом по критерию  $3\sigma$ . Отбраковка

аномальных измерений псевдофазы для получения  $[\sigma_{\text{ш}\Delta_{1,2}^1}]^2$  осуществляется

более сложным, чем в предыдущем случае, образом, из-за необходимости разделять аномальные погрешности и «слипы».

### 3. Комбинированный способ.

Вычисляем первую ансамблевую разность  $\Delta_{1,2}^1 X_{j,l}^{(K)}(t_i)$  по формуле (18), а затем первую лаговую разность  $\Delta^1 \Delta_{1,2}^1 X_{j,l}^{(K)}(t_i)$  ансамблевых разностей  $\Delta_{1,2}^1 X_{j,l}^{(K)}(t_i)$  по формуле (11) для  $m = 1$ :

$$\Delta^1 \Delta_{1,2}^1 X_{j,l}^{(K)}(t_i) = \Delta^1 \Delta_{1,2}^1 m_{j,l}^{(K)}(\Delta t) + \Delta^1 \Delta_{1,2}^1 M_{j,l}^{(K)}(t_i) + \Delta^1 \Delta_{1,2}^1 \delta_{j,l}^{(K)}(t_i). \quad (20)$$

Полученная выборка, как и в предыдущих случаях, становится стационарной случайной дискретной функцией, но подверженной фазовым «слипам» и на одной частоте, и на двух частотах. Случайная компонента  $\Delta^1 \Delta_{1,2}^1 \delta_{j,l}^{(K)}(t_i)$ , как и в предыдущем случае, не содержит влияния ОГ, но в ней к тому же удалены возможные остаточные неслучайные элементы как лаговой, так и ансамблевой разностей.

Формулу дисперсии  $[\sigma_{\Delta^1 \Delta_{1,2}^1}]^2$  можно записать в виде

$$[\sigma_{\Delta^1 \Delta_{1,2}^1}] = Q_{\Delta^1 \Delta_{1,2}^1} \sigma^2, \quad (21)$$

где  $Q_{\Delta^1 \Delta_{1,2}^1}$  – коэффициент увеличения дисперсии, вычисляемый для каждого типа комбинированной разности нестационарной случайной дискретной функции индивидуально.

Отбраковка аномальных измерений псевдодальностей по кодам для получения  $[\sigma_{\Delta^1 \Delta_{1,2}^1}]^2$  осуществляется обычным образом по критерию  $3\sigma$ . Отбра-

ковка аномальных измерений псевдофазы для получения  $[\sigma_{\Delta^1 \Delta_{1,2}^1}]^2$  осуществляется, как и в предыдущем случае, более сложным образом из-за необходимости разделять аномальные погрешности и «слипы».

Если первую лаговую разность вычислять по двойным разностям, то получаем так называемые *тройные* разности, которые теоретически дают еще более «вычищенные» дисперсии РНП.

### Заключение

Разработан общий подход к оценке дисперсий и СКП определений РНП с использованием производных (разностей) определений РНП.

Описаны и детализированы три известных способа получения СКП определений РНП: способ получения оценок по лаговым (временным) разностям (производным) нестационарной случайной дискретной функции; способ получения оценок по ансамблевым разностям нестационарной случайной дискретной функции, включающий способ формирования межпунктовых одномоментных одинарных и двойных разностей между приемником АСН, эталонным приемником наземной БС и приемниками навигационных КА; комбинированный способ.

В рамках первого способа получения СКП определений РНП выведены коэффициенты увеличения дисперсии  $\sigma^2$  в  $k$ -й производной, позволяющие корректно вычислять дисперсию  $\sigma^2$  РНП по дисперсиям смежных производных.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Фурсов А. П. и др. Методика определения аппаратных невязок ГНСС-измерений псевдодальности по фазе несущей бортовой навигационной системы низкоорбитальных КА // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. – 2018. – Т. 5, вып. 1. – С. 28–38.
2. Вовасов В. Е., Молоканов А. В. Оценка среднеквадратических погрешностей измерений радионавигационных параметров // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. – 2018. – Т. 5, вып. 2. – С. 3–10.
3. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. – 4-е изд., перераб. – М. : Радиотехника, 2010. – 800 с.
4. Поваляев А. А. Спутниковые радионавигационные системы: время, показания часов, формирование измерений и определение относительных координат. – М. : Радиотехника, 2008. – 328 с.
5. Поваляев А. А., Вейцель В. А., Мазепа Р. Б. Глобальные спутниковые системы синхронизации и управления в околоземном пространстве : учеб. пособие / под ред. А. А. Поваляева. – М. : Вузовская книга, 2012. – 188 с. : ил.
6. Статистическая теория радиотехнических систем : учеб. пособие для вузов. – М. : Радиотехника, 2003. – 400 с. : ил.
7. Радиосистемы управления / под ред. В. А. Вейцеля. – М. : Дрофа, 2005. – 415 с.
8. Вовасов В. Е., Ипкаев Н. Б. Методика определения аппаратных задержек сигнала для двухчастотного приемника СРНС ГЛОНАСС // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. – 2014. – Т. 1, вып. 2. – С. 25–32.
9. Жданюк Б. Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. – М. : Сов. радио, 1978. – 384 с.
10. Тяпкин В. Н., Гарин Е. Н. Методы определения навигационных параметров подвижных средств с использованием спутниковой радионавигационной системы ГЛОНАСС. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2012. – 260 с.
11. Антонович К. М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии. – М. : ФГУП «Картгеоцентр», 2005. – 334 с.
12. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. – М. : Наука, 1968. – 576 с.
13. Романовский В. И. Применения математической статистики в опытном деле. – М. : ОГИЗ, 1947. – 247 с.
14. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. – М. : Наука, 1986.
15. IS-GPS-800E.25-APR-2018. NAVSTAR GPS Space Segment/User Segment L1C Interface [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <https://www.gps.gov/technical/icwg/IS-GPS-800E.pdf>.
16. ГОСТ Р 50779.21-2004. Статистические методы. Правила определения и методы расчета статистических характеристик по выборочным данным. Ч. 1. Нормальное распределение [Электронный ресурс]. – Доступ из справ.-правовой системы «КонсультантПлюс».
17. Анализ временных рядов [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://reshebniki-online.ru/node/34414>.

Получено 02.04.2019

© В. С. Вдовин, В. Е. Вовасов, А. В. Зайчиков,  
А. А. Фурсов, А. П. Фурсов, 2019

## ON THE ESTIMATION OF MEASUREMENTS DISPERSION OF RADIO NAVIGATION PARAMETERS USING DERIVATIVES

**Vladimir S. Vdovin**

JSC "Russian Space Systems", 53, Aviamotornaya St., Moscow, 111250, Russia, Head of the Sector, e-mail: contact@spacecorp.ru

**Valery E. Vovasov**

JSC "Russian Space Systems", 53, Aviamotornaya St., Moscow, 111250, Russia, Ph. D., Leading Researcher, e-mail: contact@spacecorp.ru

**Aleksey V. Zaichikov**

JSC "Russian Space Systems", 53, Aviamotornaya St., Moscow, 111250, Russia, Head of Sector, e-mail: ink1024az@gmail.com

**Albert P. Fursov**

JSC "Russian Space Systems", 53, Aviamotornaya St., Moscow, 111250, Russia, Ph. D., Leading Researcher, e-mail: contact@spacecorp.ru

**Andrey A. Fursov**

JSC "Russian Space Systems", 53, Aviamotornaya St., Moscow, 111250, Russia, Head of Department, e-mail: aa.fursov@mail.ru

The article presents a general approach to the estimation of dispersion and standard errors of measurements of radio navigation parameters using derived measurements of radio navigation parameters. It is assumed that the measurements are unsolicited and are formed using highly stable reference generators that are part of the transmitting and receiving equipment.

Three methods of estimation of dispersions and standard errors of measurements of radio navigation parameters with the use of derived measurements of radio navigation parameters are considered: a method of obtaining estimates for lag (time) differences (derivatives) of a non-stationary random discrete function; a method of obtaining estimates for ensemble differences of a non-stationary random discrete function; a method of obtaining estimates for a combination of ensemble and lag differences of a non-stationary random discrete function (combined method).

**Key words:** GLONASS, GPS, frequency standard, radio navigation parameter, pseudorange, pseudophase, slip, dispersion, mean-square error.

## REFERENCES

1. Fursov, A. P., & etc. (2018). Method of determining hardware residuals GNSS pseudo range measurement of the carrier phase on-Board navigation system of low-orbit SPACECRAFT. *Raketno-kosmicheskoe priborostroenie i informatsionnye sistemy [Rocket and Space Instrumentation and Information Systems]*, 5(1), 28–38 [in Russian].
2. Vovasov, V. E., & Molokanov, A. V. (2018). Estimation of root-mean-square errors of measurements of radio navigation parameters. *Raketno-kosmicheskoe priborostroenie i informatsionnye sistemy [Rocket and Space Instrumentation and Information Systems]*, 5(2), 3–10 [in Russian].
3. *GLONASS. Printsipy postroeniya i funktsionirovaniya [GLONASS. The principles of construction and operation]*. (2010). A. I. Perov, & V. N. Kharisov (Eds.). (4th ed.). Moscow: Radiotekhnika Publ., 800 p. [in Russian].

4. Povalyaev, A. A. (2008). *Sputnikovye radionavigatsionnye sistemy: vremya, pokazaniya chasov, formirovanie izmereniy i opredelenie odnositel'nykh koordinat [Satellite radio navigation systems: time, clock readings, formation of measurements and determination of relative coordinates]*. Moscow: Radiotekhnika Publ., 328 p. [in Russian].
5. Povalyaev, A. A., Weizel, V. A., & Mazepa, R. B. (2012). *Global'nye sputnikovye sistemy sinkhronizatsii i upravleniya v okolozemnom prostranstve [Global satellite systems of synchronization and control in near-earth space]*. A. A. Povalyaev (Ed.). Moscow: University Book Publ., 188 p. [in Russian].
6. *Statisticheskaya teoriya radiotekhnicheskikh system [Statistical theory of radio engineering systems]*. (2003). Moscow: Radiotekhnika Publ., 400 p. [in Russian].
7. Weizel, V. A. (Ed.). (2005). *Radiosistemy upravleniyaradio [Control systems]*. Moscow: Drofa Publ., 415 p. [in Russian].
8. Vovasov, V. E., & Irkaev, N. B. (2014). The method of determining the hardware signal delay for a dual frequency receiver of the SRNS GLONASS. *Raketno-kosmicheskoe priborostroenie i informatsionnye sistemy [Rocket and Space Instrumentation and Information Systems]*, 1(2), 25–32 [in Russian].
9. Zhdanyuk, B. F. (1978). *Osnovy statisticheskoy obrabotki traektornykh izmereniy [Fundamentals of statistical processing of trajectory measurements]*. Moscow: Sov. Radio Publ., 384 p. [in Russian].
10. Tyapkin, B. N., & Garin, E. N. (2012). *Metody opredeleniya navigatsionnykh parametrov podvizhnykh sredstv s ispol'zovaniem sputnikovoy radionavigatsionnoy sistemy GLONASS [Methods for determining the navigation parameters of mobile vehicles using satellite radio navigation system GLONASS]*. Krasnoyarsk: SFU Publ., 260 p. [in Russian].
11. Antonovich, K. M. (2005). *Ispol'zovanie sputnikovyx radionavigatsionnykh sistem v geodezii [The use of satellite radio navigation systems in geodesy]*. Moscow: FGUP "Bartgeier" Publ., 334 p. [in Russian].
12. Ventzel, E. S. (1968). *Teoriya veroyatnostey [Probability theory]*. Moscow: Nauka Publ., 576 p. [in Russian].
13. Romanovsky, V. I. (1947). *Primeneniya matematicheskoy statistiki v opytном dele [Applications of mathematical statistics in the experimental case]*. Moscow: OGIZ Publ., 247 p. [in Russian].
14. Bronstein, I. N., & Semendyaev, K. A. (1986). *Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya vuzov [Handbook of mathematics for engineers and students of higher education institutions]*. Moscow: Nauka Publ. [in Russian].
15. IS-GPS-800E.25-APR-2018. NAVSTAR GPS Space Segment/User Segment L1C Interface. Retrieved from <https://www.gps.gov/technical/icwg/IS-GPS-800E.pdf>.
16. Standarts Russian Federation. (2004). GOST R 50779.21-2004. Statistical technology. Rules of definition and methods of calculation of statistical characteristics on sample data. Part 1. Normal distribution. Retrieved from ConsultantPlus online database [in Russian].
17. Time series Analysis. (n. d.). Retrieved from <http://reshebniki-online.ru/node/34414/> [in Russian].

Received 02.04.2019

© V. S. Vdovin, V. E. Vovasov, A. V. Zaychikov,  
A. A. Fursov, A. P. Fursov, 2019