

УДК 528.482.5

DOI: 10.33764/2411-1759-2019-24-3-37-51

## ВЛИЯНИЕ КОНФИГУРАЦИИ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ТОЧНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОМПОНЕНТОВ ДЕФОРМАЦИИ

*Кирилл Игоревич Маркович*

Полоцкий государственный университет, 211440, Беларусь, г. Новополоцк, ул. Блохина, 29, магистр технических наук, ассистент кафедры геодезии и геоинформационных систем, тел. 375(29)598-17-60, e-mail: markovich.kirill@mail.ru

Одним из наиболее фундаментальных вопросов при изучении современных горизонтальных движений земной коры является соблюдение принципов инвариантности при выполнении интерпретации результатов геодезических измерений. Наиболее реальные закономерности и структура современных движений земной коры должны быть свободны от влияния эффекта выбора системы координат. Подобный подход к обработке геодезических измерений является ключевым при определении компонентов деформации, использующих метод конечных элементов для аппроксимации изучаемой территории. В представленной работе выполнен анализ влияния конфигурации и площади конечного элемента на точность определения компонентов деформации на примере геодинамического полигона (ГДП) «Полоцкая ГЭС». Результаты моделирования среднеквадратических ошибок определения деформации показали, что с изменением конфигурации и размера элемента сети точность определения деформации изменяется. Конфигурация элементов сети, близкая к равностороннему треугольнику, является оптимальной при равенстве средних квадратических ошибок ( $m_x = m_y$ ) в каждом цикле измерений и стремится к вытянутому равнобедренному с отклонением соотношения ( $m_x/m_y$ ) от единицы.

**Ключевые слова:** компоненты деформации, тензор деформации, симплекс в двумерном пространстве, конфигурация, площадь, конечно-элементная сеть, геодинамический полигон.

### *Введение*

При изучении современных горизонтальных движений земной коры всегда возникают вопросы правильной постановки геодезических работ и интерпретации получаемых результатов. Один из наиболее остро стоящих вопросов – соблюдение принципов инвариантности при выполнении интерпретации результатов геодезических измерений.

В настоящее время большую популярность в практике анализа геодезических данных имеет векторное представление результатов повторных наблюдений [1–6]. Так, в литературе неоднократно обсуждались вопросы типа геодезических построений, их обработки и выбора способа «стабильных» пунктов с целью получения наиболее точной локальной системы отсчета за относительными смещениями и как следствие определения наиболее достоверных векторов перемещений [7, 8]. Исходя из того, что поле современных напряжений и деформации в земной коре неоднородно и ориентировка осей напряжений по отношению к тектонической зональности в различных регионах оказывается

различной [9, 10], для каждой плановой сети даже в одном районе можно построить множество мало похожих друг на друга векторных схем.

Также зачастую не всегда однозначно использование при выполнении интерпретации результатов геодезических измерений в виде измеренных отдельных линий (наклонных дальностей), являющихся малоинформативными в силу того, что данные линии на различных участках земной поверхности различным образом ориентированы по отношению направлений основных осей деформации.

Наиболее реальные закономерности и структура современных движений земной коры должны быть свободны от влияния эффекта выбора системы координат. Подобный подход к обработке геодезических измерений, основанный на принципе инвариантности и теории деформирования, является ключевым при определении компонентов деформации. В работах [11, 12] показано, что такими характеристиками являются дилатация  $Q$ , максимальный сдвиг (интенсивность формоизменения)  $\gamma_m$ , направления главных осей  $\varphi_{E_1, E_2}$  и значения главных деформаций  $E_1, E_2$ .

Методика основана на предположении о существовании непрерывно меняющегося во времени поля деформации земной коры, согласно которому каждой точке земной поверхности ставится в соответствие относящийся к определенному моменту времени тензор деформации, получаемый по геодезическим данным о современных движениях.

Для аппроксимации изучаемой территории используется метод конечных элементов, являющийся систематическим способом аппроксимации непрерывной функции дискретной моделью, которая представляет собой множество значений функции в некотором конечном числе точек области ее определения в совокупности с кусочным представлением этой функции на конечном числе подобластей. В качестве подобных областей для определения компонентов деформации используется симплекс в двумерном пространстве с тремя узлами.

Несмотря на строгие правила построения конечно-элементной модели, разработанные Н. П. Есиковым и представленные в [11, 12], геодезические сети с большим количеством точек обладают значительным количеством вариантов реализации конечных элементов. Таким образом, справедливо возникает вопрос оптимального выбора конфигурации и площади элементов геодезической сети.

### ***Методика исследования влияния конфигурации конечных элементов на точность определения компонентов деформации***

Для проверки предположения о влиянии конфигурации и площади конечного элемента на точность определения параметров деформации проведен численный эксперимент на моделях треугольных элементов для пунктов геодинимического полигона Полоцкой гидроэлектростанции (рис. 1), расположенной в зоне взаимообусловленного влияния тектонических и техногенных факторов на состояние земной коры. К основным техногенным факторам здесь следует отнести возведение Полоцкой ГЭС и прохождение магистрального нефтетру-

бопровода Полоцк – Унеча. К тектоническим – нахождение нефтетрубопровода в Полоцко-Курземском поясе тектонических разломов и расположение ГЭС в зоне влияния Полоцкого, Чашникского и Туровлянского глубинных тектонических разломов [13]. Исследование влияния конфигурации конечных элементов на точность определения параметров деформации выполнено по следующим направлениям:

- исследование влияния конфигурации конечного элемента на точность определения компонентов деформации;
- исследование влияния площади конечного элемента на точность определения компонентов деформации;
- исследование совместного влияния конфигурации и площади конечного элемента на точность определения компонентов деформации.

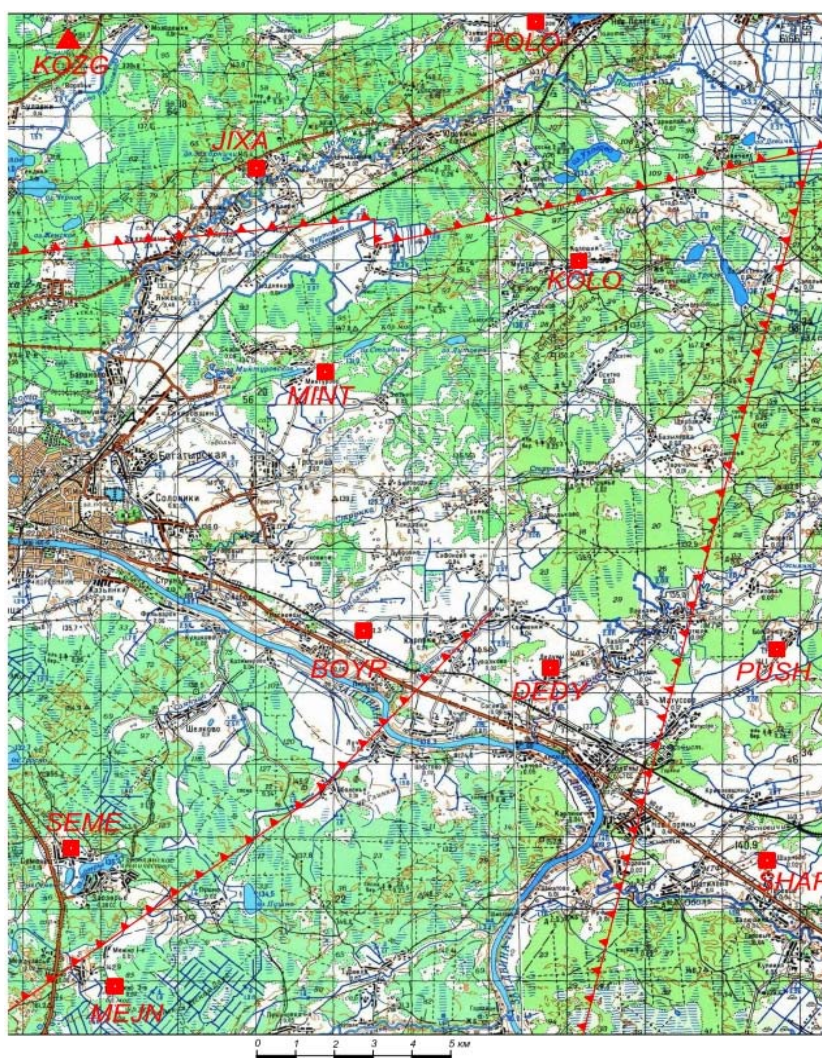


Рис. 1. Расположение тектонических разломов и пунктов геодинимического полигона в районе Полоцкой ГЭС:

DEDY, BOYR, SEME, MEJN – пункты, контролирующие Туровлянский разлом; POLO, KOLO, JIXA, MINT – Полоцкий; DEDY, KOLO, PUSH, SHAR – Чашникский



Для оценки тенденции изменения искомых характеристик точности конфигурация треугольников моделировалась заранее. В качестве количественного критерия конфигурации треугольника было принято отношение наибольшей высоты треугольника к наименьшей

$$R_h = \frac{h_{\max}}{h_{\min}}. \quad (1)$$

Влияние конфигурации конечного элемента на точность определения компонентов деформации исследовалось на основании специально смоделированного набора треугольников, конфигурация которых изменялась от равностороннего ( $R_h = 1$ ) до вытянутого равнобедренного ( $R_h = 3,4$ ). В качестве компонентов векторов смещений от первого ко второму циклу измерений принято среднее значение из всех векторов смещений для циклов измерений, выполненных на ГДП в 2015 г. и 2017 г., а в качестве направлений – максимальное, среднее и минимальное из всех направлений векторов смещений 2015–2017 гг. (табл. 1) [14].

Таблица 1

Векторы смещений и их направления при моделировании

| Вектор смещения $R_{cp}$ , м | Дирекционный угол векторов смещений |             |               |
|------------------------------|-------------------------------------|-------------|---------------|
|                              | $\Phi_{\max}$                       | $\Phi_{cp}$ | $\Phi_{\min}$ |
| 0,0041                       | 97                                  | 52,5        | 8             |

Оценка точности пунктов моделируемого набора треугольников получена как среднее из значений среднеквадратических погрешностей пунктов сети после уравнивания для циклов 2015 и 2017 г. (табл. 2) [14].

Таблица 2

Оценка точности пунктов моделируемого набора треугольников

| Цикл | Средние квадратические погрешности |               |               |
|------|------------------------------------|---------------|---------------|
|      | $m_{cp}$ , М                       | $m_{xcp}$ , М | $m_{ycp}$ , М |
| 2015 | 0,001 6                            | 0,001 3       | 0,000 9       |
| 2017 | 0,001 4                            | 0,001 2       | 0,000 8       |

В рамках данного исследования рассмотрено 13 реализаций элемента сети, первоначально представляющего собой равносторонний треугольник, имеющий среднюю площадь из всех возможных треугольников сети ( $S = 29,5 \cdot 10^6 \text{ м}^2$ ). Конфигурация представленного треугольника последовательно менялась путем сокращения длины основания треугольника  $a$ . Для исключения фактора влияния размера фигуры на характеристики точности выдвинут критерий – сохра-

нение площади треугольника ( $S = \text{const}$ ) при изменении геометрии сети. При изменении конфигурации длина стороны  $a$  сокращалась с 8,2 до 4,2 км, а высота  $h$  увеличивалась с 7,1 до 14,1 км (рис. 2).

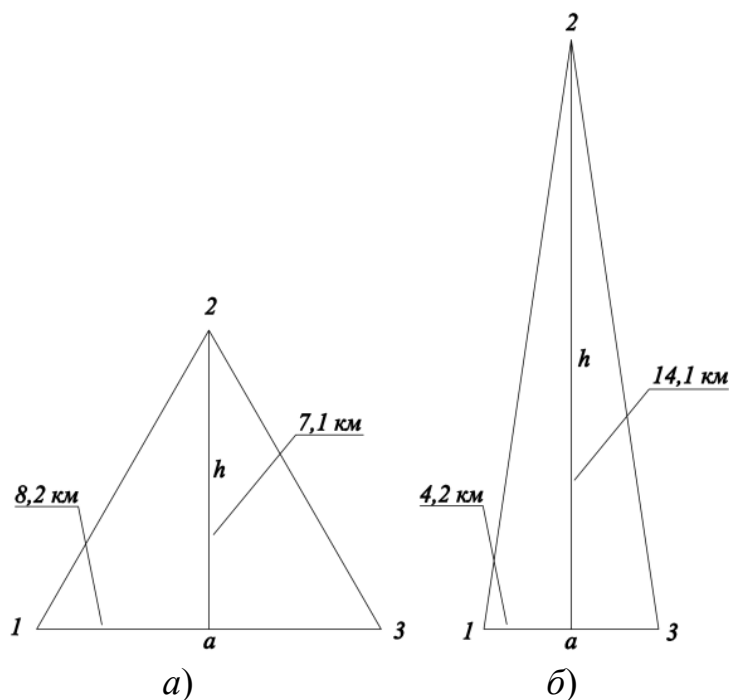


Рис. 2. Конфигурация элемента сети:

а) равносторонний треугольник ( $R_h = 1$ ); б) равнобедренный треугольник ( $R_h = 3,4$ )

Зависимость точности определения компонентов деформации от конфигурации треугольника (критерия  $R_h$ ) при неизменной площади получена на основании формул Н. П. Есикова (2)–(10) [11, 12] для определения компонентов деформации и их оценки точности и показана на рис. 3:

$$Q = e_{11} + e_{22}; \quad (2)$$

$$E_1 = \frac{Q}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(e_{11} - e_{22})^2 + (e_{12} + e_{21})^2}; \quad (3)$$

$$E_2 = \frac{Q}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(e_{11} - e_{22})^2 + (e_{12} + e_{21})^2}; \quad (4)$$

$$\gamma_m = E_1 - E_2 = \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}, \quad (5)$$

где  $e_{ij}$  – компоненты тензора, относящиеся к центру треугольника;

$\gamma_1 = (e_{11} - e_{22})$  и  $\gamma_2 = (e_{12} + e_{21})$  – компоненты сдвига.

$$\varphi_{E_1, E_2} = \frac{1}{2} \arctg\left(-\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right) + A^0; \quad (6)$$

$$m_Q^2 = \frac{1}{S_H^2} \cdot m_{SA}^2 + \frac{S_A^2}{S_H^4} \cdot m_{SH}^2; \quad (7)$$

$$m_{\gamma_m}^2 = m_Q^2 \left[ (\gamma_1^2 + \gamma_2^2)^1 \cdot (\gamma_1^2 + \gamma_2^2)^{-1} \right]. \quad (8)$$

Поскольку  $E_1 = \frac{1}{2}(Q + \gamma_m)$ ,  $E_2 = \frac{1}{2}(Q - \gamma_m)$ , то очевидно

$$m_{E_1} = m_{E_2} = 0,7 m_Q; \quad (9)$$

$$m_{\varphi} = 0,5 \frac{m_Q}{\gamma_m}. \quad (10)$$

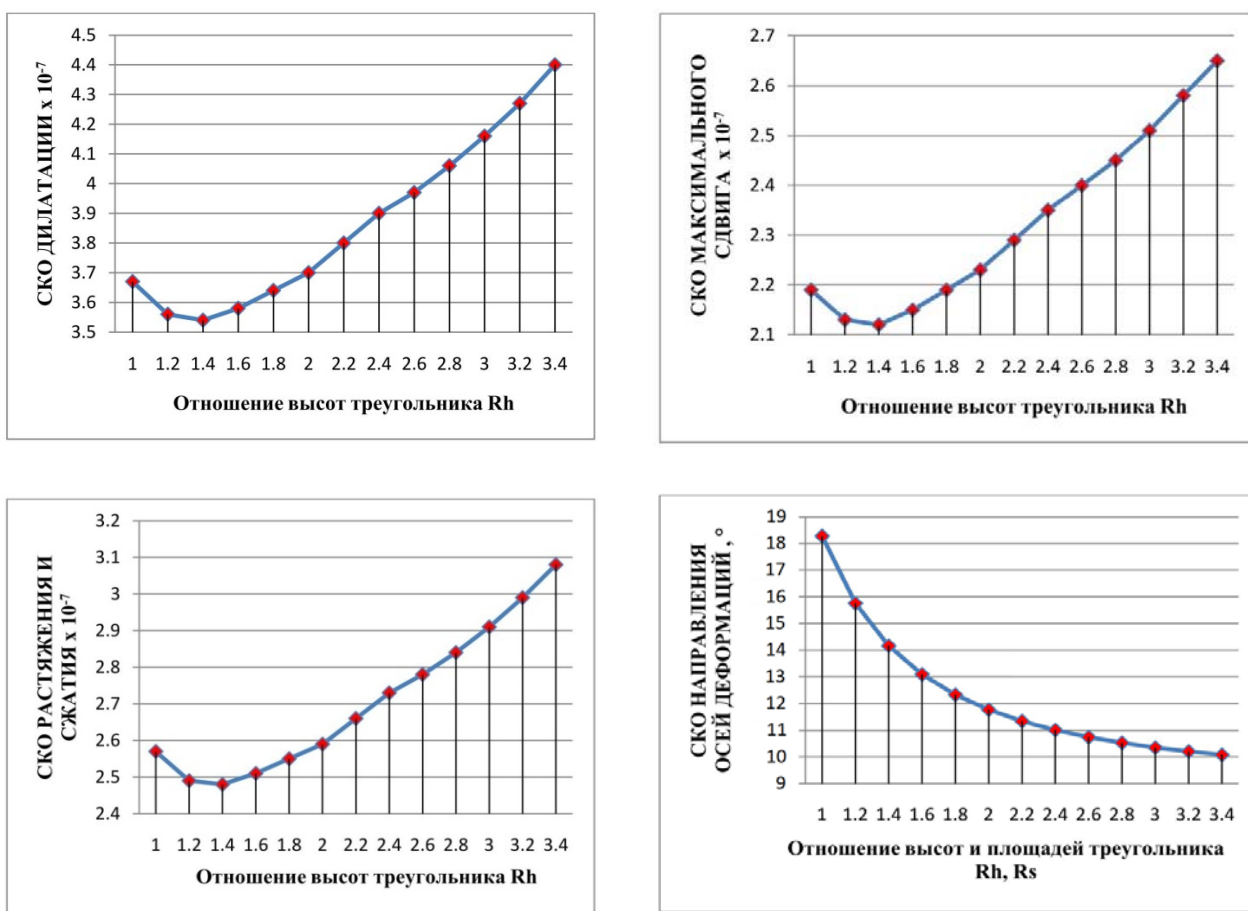


Рис. 3. Моделирование среднеквадратических ошибок определения компонентов деформации ( $Q, E_1, E_2, \gamma_m, \varphi_{E_1, E_2}$ ) в зависимости от конфигурации треугольника

Результаты моделирования среднеквадратических ошибок определения компонентов деформаций показывают, что с изменением конфигурации элемента сети точность определения деформации также изменяется. Согласно рис. 3 наилучшая реализация треугольника для определения  $Q, E_1, E_2, \gamma_m$  при заданной точности определения координат его вершин согласно табл. 2 соответствует конфигурации, при которой  $R_h = 1,4$ . Ошибка определения направлений главных осей деформации  $\varphi_{E_1, E_2}$  при  $R_h = 1$  максимальна и уменьшается при увеличении отношения наибольшей высоты треугольника к наименьшей ( $R_h = \max$ ).

На основании результатов моделирования можно отметить, что изменение величины и направления векторов смещений не влияет на форму представленных на рис. 3 графиков и абсолютную величину погрешностей определения компонентов деформации. Ключевое влияние на форму графиков и как следствие на конфигурацию треугольников, а также на абсолютную величину погрешностей компонентов деформации имеет отношение средних квадратических ошибок ( $\frac{m_x}{m_y}$ ) в каждом цикле измерений.

Так, для представленных на рис. 3 графиков отношение средних квадратических погрешностей положения пунктов треугольника составляет: 2015 г. –  $\frac{m_x}{m_y} = 1,44$ ; 2017 г. –  $\frac{m_x}{m_y} = 1,50$ . Приняв для моделируемого треугольника в 2015 и 2017 гг. условие, что  $m_x = m_y$  при сохранении неизменной общей средней квадратической ошибки  $m_{\text{ср}}$  (согласно табл. 2), т. е.  $m_x = m_y = 0,001$  м для цикла 2015 г. и  $m_x = m_y = 0,001$  м для цикла 2017 г., получим следующую тенденцию изменения искомых характеристик точности от конфигурации треугольника (рис. 4).

Согласно рис. 4 можно утверждать, что при соотношении средних квадратических ошибок в каждом цикле измерений, близком к единице ( $m_x \approx m_y$ ), наилучшая конфигурация элемента сети для определения компонентов деформации стремится к равностороннему треугольнику. Как и прежде, ошибка определения направлений главных осей деформации уменьшается при увеличении  $R_h$ .

Исследование влияния площади конечного элемента на точность определения параметров деформации выполнялось путем последовательного масштабирования равностороннего треугольника с  $R_h = 1$ . В качестве количественного критерия площади треугольника было принято отношение отмасштабированной площади треугольника к первоначальной

$$R_S = \frac{S_{\text{масшт.}}}{S_{\text{перв.}}} \quad (11)$$

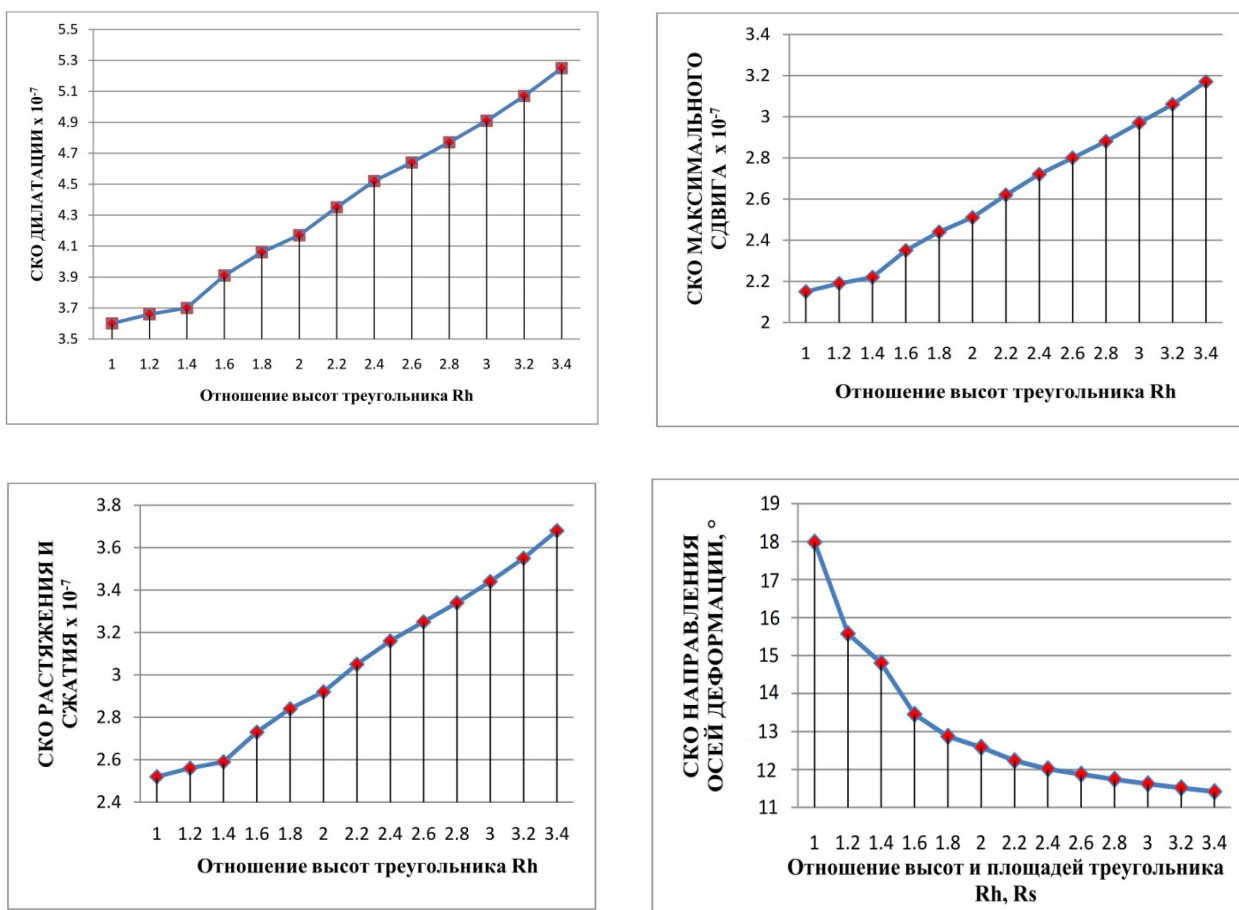


Рис. 4. Моделирование среднеквадратических ошибок определения компонентов деформации ( $Q, E_1, E_2, \gamma_m, \varphi_{E_1, E_2}$ ) в зависимости от конфигурации треугольника при условии  $m_x = m_y$  в каждом цикле измерений

Рассмотрено 14 реализаций элемента сети от  $R_S = 0,4$  до  $R_S = 3$ . Зависимость точности определения компонентов деформации от площади треугольника (критерия  $R_S$ ) представлена на рис. 5.

Согласно рис. 5 можно отметить криволинейную зависимость увеличения точности компонентов деформации при увеличении площади элемента сети. Данный факт находится в противоречии с требованиями к детальности описания деформации и, как следствие, к стремлению к уменьшению размера элемента сети. Изменение формы треугольника от равностороннего к произвольному не влияет на форму представленных на рис. 5 графиков.

Исследование совместного влияния конфигурации и площади конечного элемента сети на точность определения компонентов деформации выполнялось на основании смоделированного набора треугольников, конфигурация которых изменялась от равностороннего ( $R_h = 1$ ) до вытянутого равнобедренного ( $R_h = 3,4$ ) без сохранения первоначальной площади треугольника ( $R_S = 1-3,4$ )



при изменении геометрии сети. В рамках данного исследования рассмотрено 13 реализаций элемента сети.

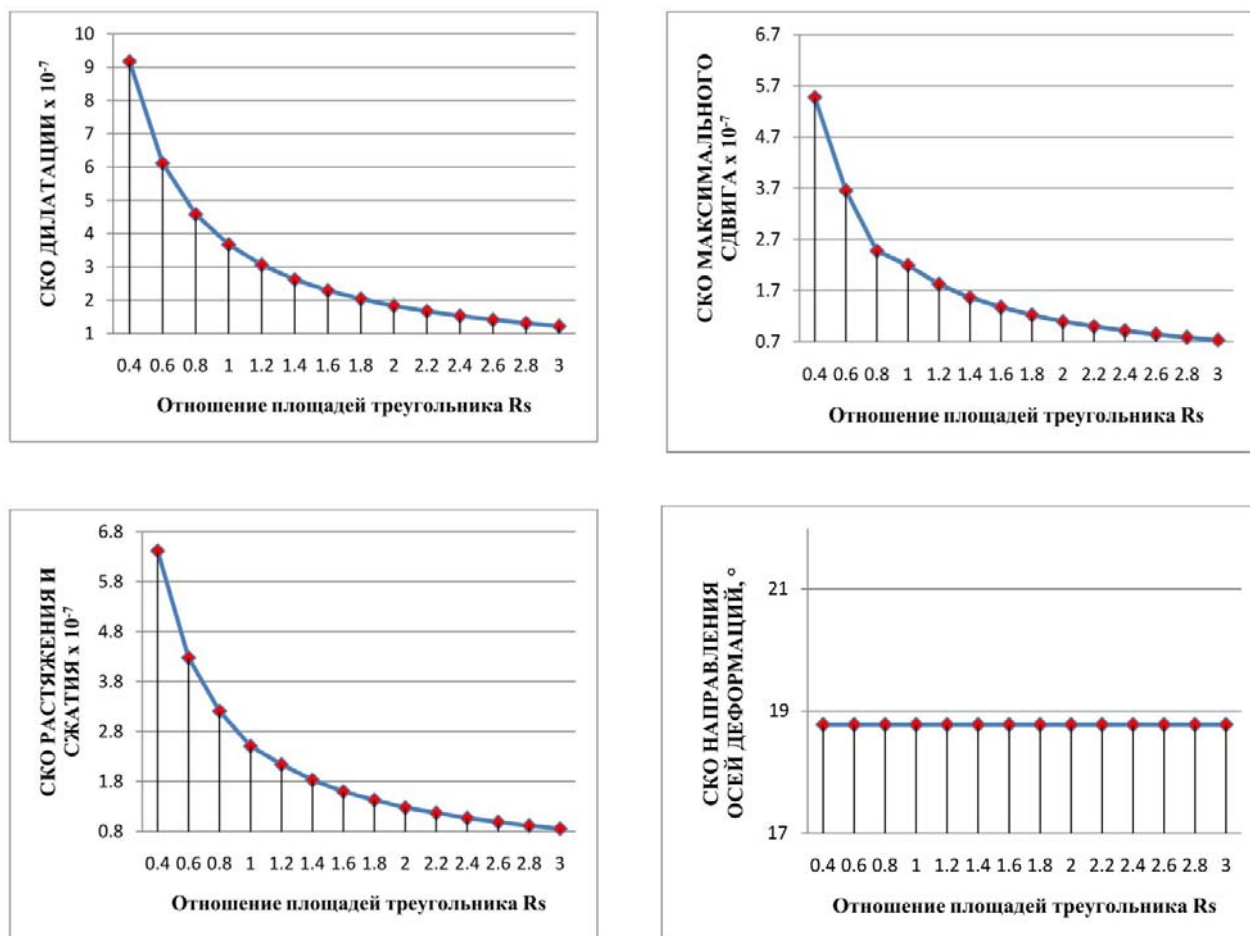


Рис. 5. Моделирование среднеквадратических ошибок определения компонентов деформации ( $Q, E_1, E_2, \gamma_m, \varphi_{E1,E2}$ ) в зависимости от площади треугольника

Зависимость точности определения компонентов деформации от конфигурации ( $R_h$ ) и площади треугольника ( $R_s$ ) представлена на рис. 6.

Согласно рис. 6 можно отметить, что влияние изменения площади треугольника на точность определения компонентов деформации значительно превышает влияние конфигурации треугольника. Однако значительное увеличение площади элемента сети противоречит требованиям детальности. Кроме того, в практике геодезических работ с увеличением размера элементов сети снижается точность определения координат пунктов.

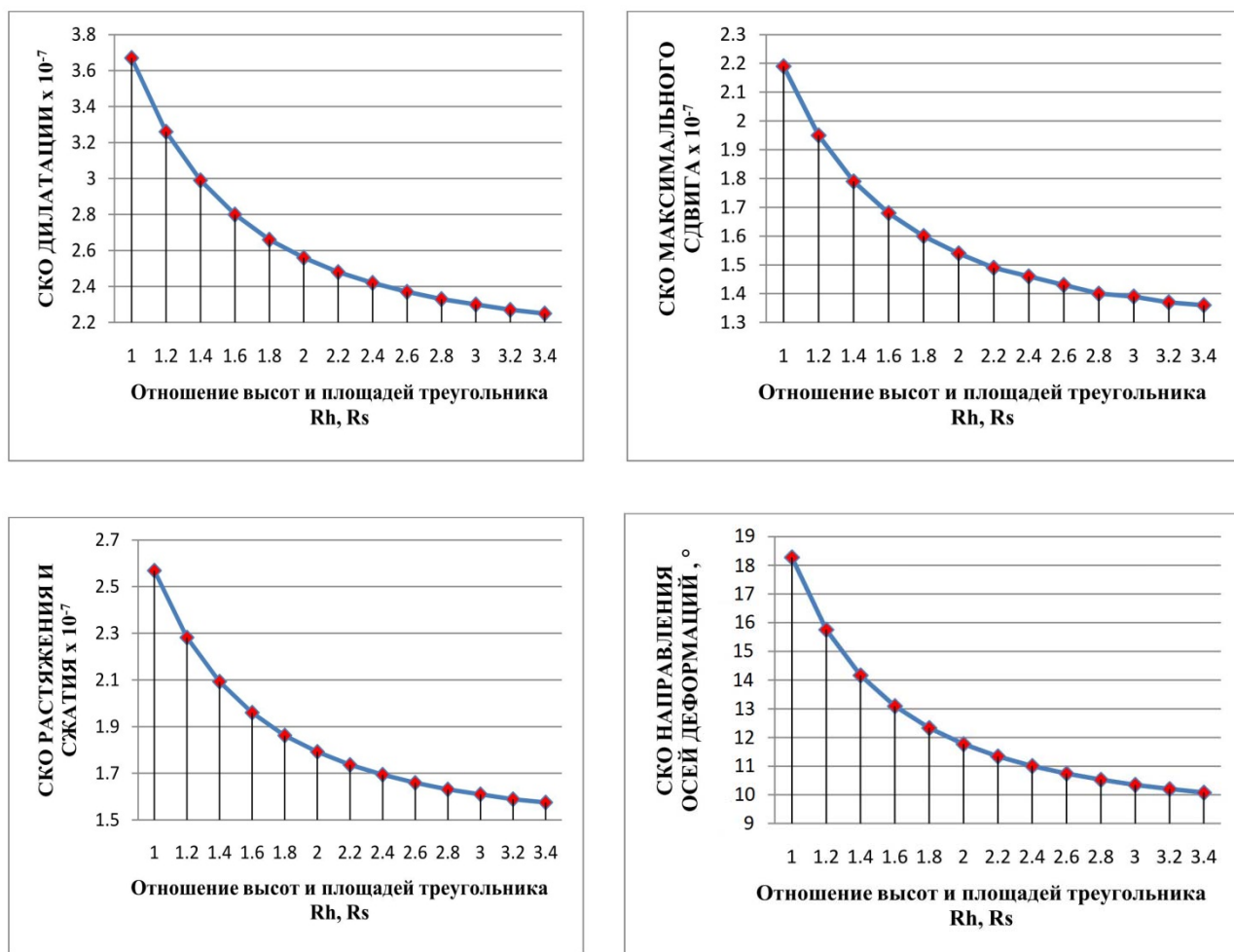


Рис. 6. Моделирование среднеквадратических ошибок определения компонентов деформации ( $Q, E_1, E_2, \gamma_m, \varphi_{E_1, E_2}$ ) в зависимости от изменения конфигурации и площади треугольника

### Полученные результаты

Результаты моделирования среднеквадратических ошибок определения деформации показывают, что с изменением конфигурации и размера элемента сети точность определения деформации существенно изменяется. При проектировании конечно-элементной сети следует отказаться от создания треугольников малой площади, так как они обладают невысокой точностью определения компонентов деформации и в замкнутом контуре автоматически влекут создание треугольников большого размера, имеющих невысокую детальность описания деформации (рис. 7). Выполнение представленного условия требует создания сети треугольников оптимального размера, что возможно лишь при их стремлении к правильной форме.

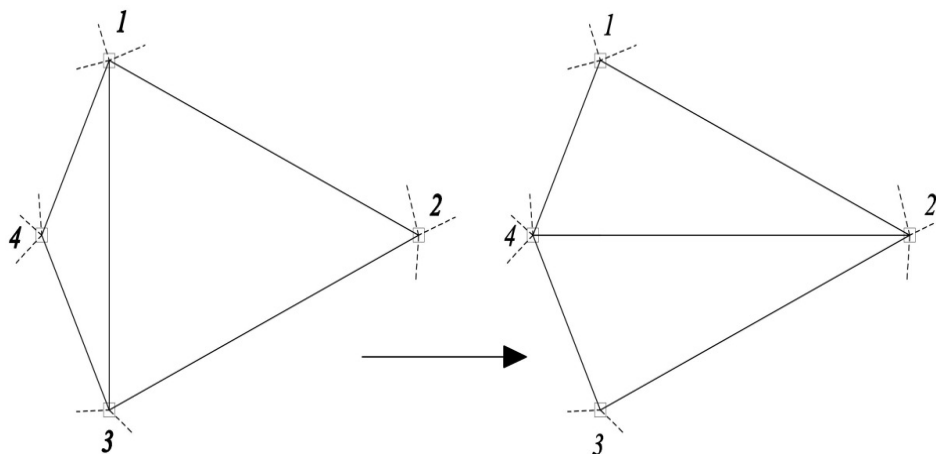


Рис. 7. Перестроение треугольников при проектировании конечно-элементной сети для определения компонентов деформации

Данное обстоятельство свидетельствует о том, что при построении геодезических сетей, контролирующих деформации земной коры, точность определения компонентов деформации будет зависеть в первую очередь от конфигурации элементов сети. Результаты показывают, что конфигурация элементов сети, близкая к равностороннему треугольнику, является оптимальной при равенстве средних квадратических ошибок ( $m_x = m_y$ ) в каждом цикле измерений и стремится к вытянутому равнобедренному с отклонением соотношения  $\left(\frac{m_x}{m_y}\right)$  от единицы.

Согласно графикам, представленным на рис. 2, наилучшая реализация треугольников конечно-элементной сети ГДП «Полоцкая ГЭС» для определения компонентов деформации при различной точности определения координат пунктов соответствует конфигурации, при которой  $R_h = 1,2-1,6$ , что достаточно близко соответствует равностороннему треугольнику.

На основании полученных результатов моделирования среднеквадратических ошибок определения компонентов деформации для ГДП «Полоцкая ГЭС» 2015–2017 гг. моделировалась сеть, треугольники которой обладали бы наиболее правильной формой из всех возможных комбинаций построения. Моделирование выполнялось в программном продукте AutoCAD путем построения «триангуляции Делоне», обладающей максимальной суммой минимальных углов всех своих треугольников и минимальной суммой радиусов окружностей, описанных около треугольников, среди всех возможных триангуляций [15]. Сеть «триангуляции Делоне» для пунктов ГДП представлена на рис. 8.

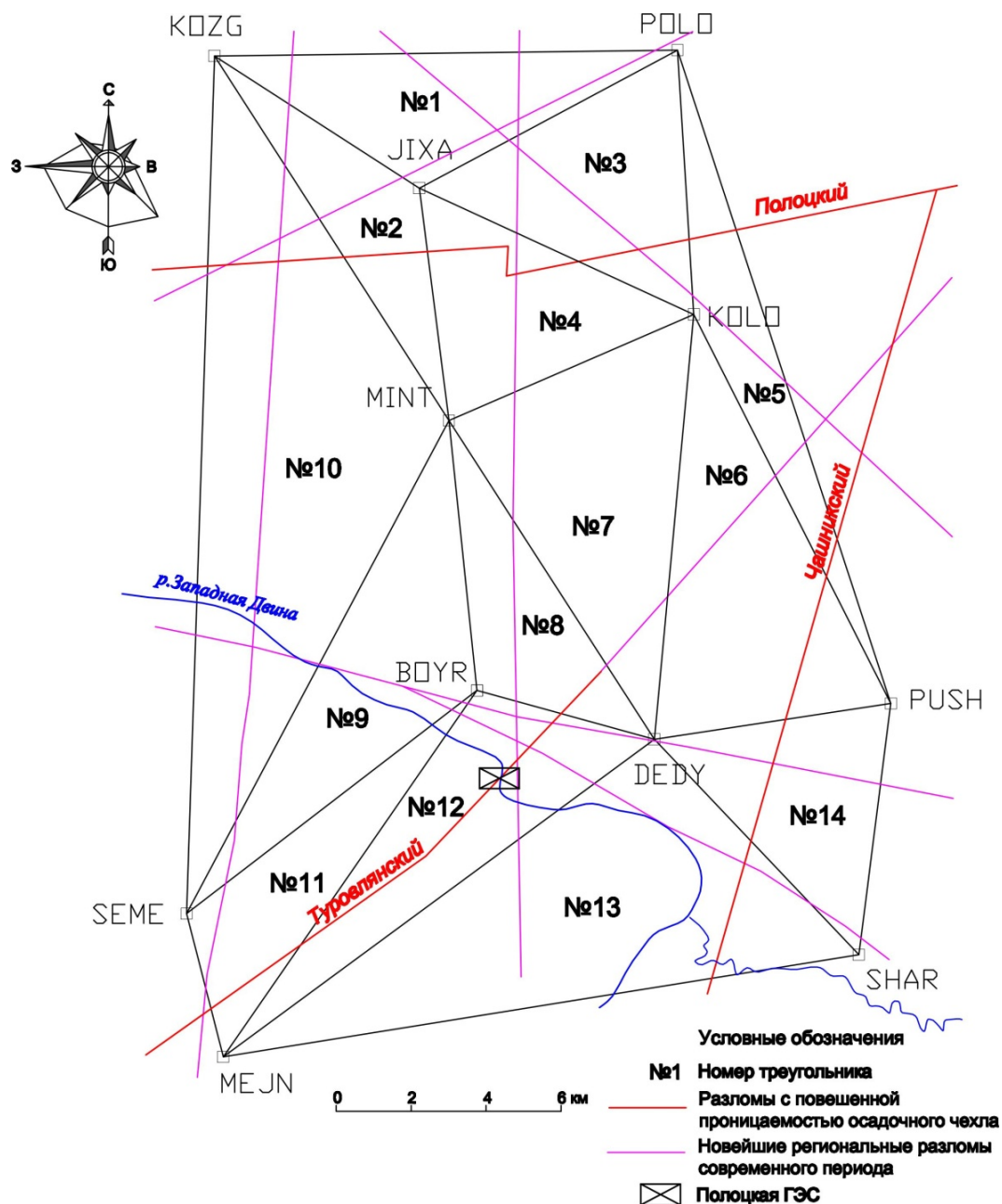


Рис. 8. Сеть «триангуляции Делоне» для ГДП «Полоцкая ГЭС» 2015–2017 гг.

### Заключение

На основании представленных исследований можно утверждать, что точность определения компонентов деформации в значительной степени зависит от конфигурации и размера элементов сети. Данный факт необходимо учитывать при проектировании конечно-элементных сетей на геодинамических полигонах.

Особое внимание следует уделить точности определения средних квадратических ошибок в каждом цикле измерений, так как она напрямую влияет на оптимальную конфигурацию элементов сети. Конфигурация элементов сети,

близкая к равностороннему треугольнику, является оптимальной при равенстве средних квадратических ошибок ( $m_x = m_y$ ) в каждом цикле измерений и стремится к вытянутому равнобедренному с отклонением соотношения  $\left(\frac{m_x}{m_y}\right)$  от единицы.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дорогова И. Е. Исследование смещений и деформаций бортов карьера по результатам повторных геодезических измерений // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2016. XII Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 2 т. (Новосибирск, 18–22 апреля 2016 г.). – Новосибирск : СГУГиТ, 2016. Т. 2. – С. 31–36.
2. Силаева А. А. К вопросу оптимизации геодезических наблюдений на техногенных геодинамических полигонах // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2016. XII Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 2 т. (Новосибирск, 18–22 апреля 2016 г.). – Новосибирск : СГУГиТ, 2016. Т. 2. – С. 37–41.
3. Квятковская С. С. Анализ деформаций земной поверхности на Степновском подземном хранилище газа методами спутниковой и наземной геодезии // Вестник СГУГиТ. – 2017. – Т. 22, № 3. – С. 16–32.
4. Дорогова И. Е. Изучение движений и деформаций земной коры на геодинамическом полигоне Таштагольского железорудного месторождения // Вестник СГУГиТ. – 2010. – Вып. 2 (13). – С. 9–12.
5. Дорогова И. Е. Интерпретация наблюдений за движениями земной коры на техногенном полигоне // ГЕО-Сибирь-2011. VII Междунар. науч. конгр. : сб. материалов в 6 т. (Новосибирск, 19–29 апреля 2011 г.). – Новосибирск : СГГА, 2011. Т. 1, ч. 1. – С. 191–195.
6. Малюженко А. А. История изучения современных движений земной коры на Удоканском геодинамическом полигоне // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2013. IX Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 3 т. (Новосибирск, 15–26 апреля 2013 г.). – Новосибирск : СГГА, 2013. Т. 1. – С. 228–232.
7. Кафтан В. И., Серебрякова Л. И. Современные движения земной коры // Итоги науки и техники. Сер. Геодезия и аэросъемка. – Л. : ВИНТИ, 1990. Т. 28. – 150 с.
8. Шароглазова Г. А. Анализ методики обработки повторных спутниковых наблюдений на геодинамических полигонах атомных электростанций // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия. Строительство. Прикладные науки. – 2015. – Вып. 16. – С. 156–160.
9. Дорогова И. Е. Влияние выбора исходных пунктов на результаты уравнивания повторных геодезических измерений // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2015. XI Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 2 т. (Новосибирск, 13–25 апреля 2015 г.). – Новосибирск : СГУГиТ, 2015. Т. 1. – С. 209–213.
10. Буланже Ю. Д., Лилиенберг Д. А., Подстригач Я. С. Современные движения земной коры. Теория, методы, прогноз. Результаты исследований по международным геофизическим проектам. – М. : Наука, 1980. – 200 с.
11. Есиков Н. П. Современные движения земной поверхности с позиций теории деформации. – Новосибирск : Наука, Сиб. отд-ние, 1991. – 236 с.



12. Есиков Н. П. Тектонофизические аспекты анализа современных движений земной поверхности. – Новосибирск : Наука, Сиб. отд-ние, 1979. – 183 с.

13. Инструментальные исследования современной геодинамики в Полоцком регионе : отчет о НИР ГПНИ «Природно-ресурсный потенциал». Задание 5.4.15 «Геологические модели» / Полоцк. гос. ун-т ; рук. Г. А. Шароглазова. – Новополоцк, 2015. – 85 с. – № ГР 20142987.

14. Инструментальные исследования современной геодинамики Беларуси : отчет о НИР / Полоцк. гос. ун-т ; рук. Г. А. Шароглазова. – Новополоцк, 2017. – 45 с. – № ГР 20170715.

15. Скворцов А. В. Триангуляция Делоне и ее применение. – Томск : Изд-во Том. ун-та, 2002. – 128 с.

Получено 13.05.2019

© К. И. Маркович, 2019

## INFLUENCE OF THE CONFIGURATION OF FINAL ELEMENTS ON THE ACCURACY OF DETERMINATION OF THE COMPONENTS OF DEFORMATION

*Kiryl I. Markovich*

Polotsk State University, 29, Blochin St., Novopolotsk, 211440, Belarus, Master of Technical Sciences, Assistant, Department of Geodesy and Geographic Information Systems, phone: 375(29)5981760, e-mail: markovich.kirill@mail.ru

One of the most fundamental issues in the study of modern horizontal movements of the earth's crust is the observance of the principles of invariance in the interpretation of the results of geodetic measurements. The most realistic patterns and structure of modern movements of the earth's crust should be free from the influence of the choice of coordinate system. This approach to the processing of geodetic measurements is fundamental in determining the components of the deformation that use the finite element method to approximate the study area. In the present work the analysis of the influence of the configuration and the area of the finite element on the accuracy of determining the deformation components on the example of the geodynamic polygon of the « Polotsk hydroelectric power station». The results of the simulation of standard errors of strain determination showed that with changes in the configuration and size of the network element, the accuracy of strain determination changes. The configuration of the network elements close to an equilateral triangle is optimal for the equality of mean square errors ( $m_x=m_y$ ) in each measurement cycle and tends to an elongated isosceles triangle with a deviation of the ratio ( $m_x/m_y$ ) from one.

**Key words:** deformation components, deformation tensor, simplex in two-dimensional space, configuration, area, finite element network, geodynamic polygon.

## REFERENCES

1. Dorogova, I. E. (2016). Research of walls displacement and deformation by results of repeated geodetic measurements. In *Sbornik materialov Interekspo Geo-Sibir'-2016: T. 2 [Proceedings of Interexpo Geo-Siberia-2016: Vol. 2]* (pp. 31–36). Retrieved from at <https://cyberleninka.ru/article/n/k-voprosu-optimizatsii-geodezicheskikh-nablyudeniy-na-tehnogennyh-geodinamicheskikh-poligonah> [in Russian].

2. Silaeva, A. A. (2016). To the problem of optimization geodetic observations on technogenic geodynamic polygons. In *Sbornik materialov Interekspo Geo-Sibir'-2016: T. 2 [Proceedings of Interexpo Geo-Siberia-2016: Vol. 2]* (pp. 37–41). Retrieved from <https://cyberleninka.ru/article/n/issledovanie-smescheniy-i-deformatsiy-bortov-kariera-porezultatam-povtornyh-geodezicheskikh-izmereniy> [in Russian].

3. Kvyatkovskaya, S. S., Kuz'min, Yu. O., Nikitin, R. S., & Fattahov, E. A. (2017). Analysis of the deformation of the ground surface on Stepnovskaya underground gas storage by methods of satellite and ground-based geodesy. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 22(3), 16–32 [in Russian].
4. Dorogova, I. E. (2010). The investigation of earth's crust movements and deformations on Tashtagol's geodynamic ground. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 2, 9–12 [in Russian].
5. Dorogova, I. E. (2011). Interpretation of the earth's crust movements observation on the technogenic test area. In *Sbornik materialov GEO-Sibir'-2011: T. 1 [Proceedings of GEO-Siberia-2011: Vol. 1]* (pp. 191–195). Retrieved from <https://cyberleninka.ru/article/n/interpretatsiya-nablyudeniya-za-dvizheniyami-zemnoy-kory-na-tehnogennom-poligone> [in Russian].
6. Malyuzhenko, A. A. (2013). History of studying of recent movements of the earth's crust in the Udokansky geodynamic polygon. In *Sbornik materialov Interexpo Geo-Sibir'-2013: T. 1 [Proceedings of Interexpo Geo-Siberia-2013: Vol. 1]* (pp. 307–310). Retrieved from <https://cyberleninka.ru/article/n/istoriya-izucheniya-sovremennyh-dvizheniy-zemnoy-kory-na-udokanskom-geodinamicheskom-poligone-1> [in Russian].
7. Kaftan, V. I., & Serebryakova, L. I. (1990). Modern movements of the earth's crust. *Itogi nauki i tekhniki. Seriya. Geodeziya i aeros"emka [Results of Science and Technology. Series. Geodesy and Aerial Survey]*, 28, 151 p. [in Russian].
8. Sharoglazova, G. A. (2015). The analysis of a technique of processing of repeated GNSS of observations on geodynamic grounds of the NPP. *Vestnik Polockogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya. Stroitel'stvo. Prikladnye nauki [Vestnik Polotsk State University. Series. Building. Applied Science]*, 16, 156–160 [in Russian].
9. Dorogova, I. E. (2015). Influence of the choice initial points on the results equalizing of repeated geodetic measurements. In *Sbornik materialov Interexpo Geo-Sibir'-2015: T. 1 [Proceedings of Interexpo Geo-Siberia-2015: Vol. 1]* (pp. 209–213). Retrieved from <https://cyberleninka.ru/article/n/vliyanie-vybora-ishodnyh-punktov-na-rezultaty-uravnivaniya-povtornyh-geodezicheskikh-izmereniy> [in Russian].
10. Bulanzhe, Yu. D., Lilienberg, D. A., & Podstrigach, Ya. S. (1980). *Sovremennye dvizheniya zemnoj kory. Teoriya, metody, prognoz. Rezul'taty issledovanij po mezhdunarodnym geofizicheskim proektam [Modern movements of the earth's crust. Theory, methods, forecast. The results of research on international geophysical projects]*. Moscow: Nauka Publ., 200 p. [in Russian].
11. Esikov, N. P. (1991). *Sovremennye dvizheniya zemnoj poverhnosti s pozitsiy teorii deformatsii [Modern movements of the earth's surface from the standpoint of the theory of deformation]*. Novosibirsk: Nauka, Sib. Department Publ., 236 p. [in Russian].
12. Esikov, N. P. (1979). *Tektonofizicheskie aspekty analiza sovremennyh dvizhenij zemnoj poverhnosti [Tectonophysical aspects of the analysis of modern movements of the earth's surface]*. Novosibirsk: Nauka, Sib. department Publ., 183 p. [in Russian].
13. Report on the research and development work "Natural Resource Potential". (2015). Instrumental studies of modern geodynamics in the Polotsk region. Task 5.4.15 "Geological Models". G. A. Sharoglazov (Head). GR number 20142987. Novopolotsk: Polotsk State University, 85 p. [in Russian].
14. Report on the research and development work. (2017). Instrumental studies of modern geodynamics of Belarus. G. A. Sharoglazov (Head). GR number 20170715. Novopolotsk: Polotsk State University, 45 p. [in Russian].
15. Skvortsov, A. V. (2002). *Triangulyatsiya Delone i ee primenenie [Delaunay triangulation and its application]*. Tomsk: Tomsk University Publ., 128 p. [in Russian].

Received 13.05.2019

© K. I. Markovich, 2019