

УДК 528.94

DOI: 10.33764/2411-1759-2019-24-2-143-149

ПРОЕЦИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КРИВЫХ НА ЗАДАННУЮ ПОВЕРХНОСТЬ В ПРИКЛАДНОЙ ГЕОИНФОРМАТИКЕ

Игорь Георгиевич Вовк

Россия, Новосибирск, доктор технических наук, профессор, e-mail: vovkig383@rambler.ru

Анна Андреевна Епифанцева

ООО «Экслинг», 630091, Россия, Новосибирск, ул. Романова, 39, преподаватель, e-mail: Anuta_m@rambler.ru

В геоинформатике целью изучения систем является определение их пространственно-временного состояния, т. е. определение формы, размеров и положения в пространстве как функций времени. Форма и размеры системы определяются границей, отделяющей систему от внешней среды. Геометрическим образом такой границы служат линии и поверхности. Одной из задач определения пространственно-временного состояния систем является отображение криволинейных границ систем на заданную поверхность. В прикладной геоинформатике и картографии такие задачи решаются при изображении рельефа физических полей Земли, различных линейных объектов, криволинейных границ естественных и искусственных систем и т. д. В общем случае граница системы определяется или множеством принадлежащих ей точек, или определенной функциональной зависимостью. В работе рассматривается отображение криволинейных границ систем при параллельном и центральном проецировании на заданную поверхность.

Ключевые слова: параллельная проекция, центральная проекция, линейчатая поверхность, орт-вектор направления проецирования, криволинейная граница системы.

Введение

В геоинформатике предметом изучения систем является определение их пространственно-временного состояния, т. е. формы, размеров и положения в пространстве как функций времени. Форма и размеры системы определяются границей, отделяющей систему от внешней среды. Геометрическим образом такой границы служат линии и поверхности. Возникающие при этом задачи разнообразны [1–3]. Одной из таких задач является отображение границ систем на заданную поверхность. Эта задача относится к задачам вычислительной геометрии и геометрического моделирования [4, 5].

В прикладной геоинформатике и картографии подобные задачи решаются при изображении рельефа физических полей Земли [6, 7], различных линейных объектов, криволинейных границ естественных и искусственных систем, например, для определения периметров и площадей участков земной поверхности [8, 9] и др.

Основное содержание

Граница системы определяется или множеством принадлежащих ей точек, или определенной функциональной зависимостью. Каждая точка границы системы определенным образом проецируется на заданную поверхность. Существует два варианта проецирования: параллельное и центральное [10]. При параллельном проецировании направление проецирования остается неизменным для всех точек проецируемого множества, а при центральном направление проецирования проходит через одну фиксированную точку, которую называют центром проецирования. Очевидно, что проецирование конечного множества точек на заданную поверхность осуществляется проецированием каждой из точек множества в отдельности. На рис. 1, *a* приведен пример центрального проецирования, а на рис. 1, *б* – параллельного проецирования многоугольника на плоскость. Проекция каждой из вершин на плоскость определяется точкой пересечения прямой, проходящей через проецируемую вершину в направлении проецирования, с плоскостью проецирования.

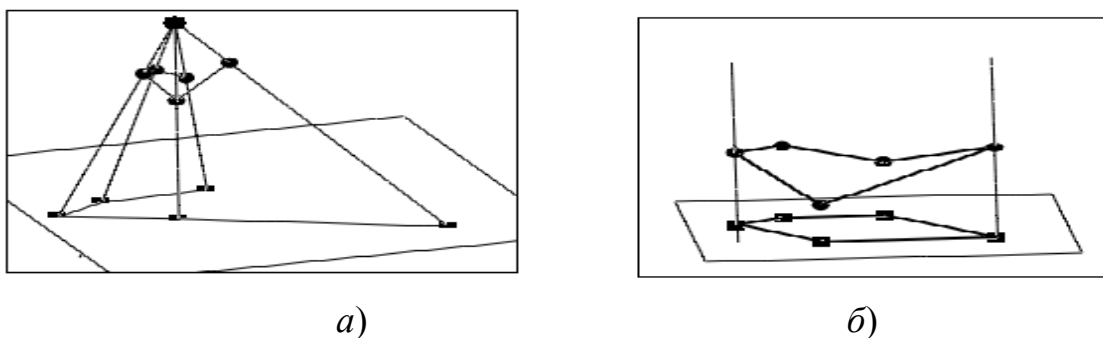


Рис. 1. Проецирование многоугольника:

a) центральное; *б*) параллельное

Наиболее просто задача проецирования решается, когда поверхностью проецирования служит плоскость. На рис. 2 изображено проецирование точки F в направлении q на плоскость, проходящую через точку M . На этом рисунке обозначено: T – проекция точки F в плоскость проецирования.

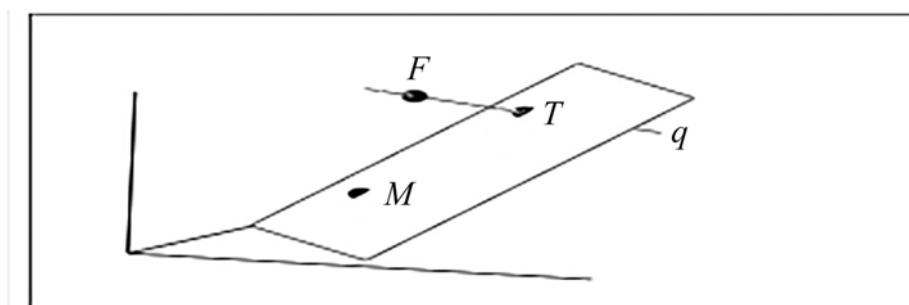


Рис. 2. Проецирование точки F в направлении q на плоскость

Искомая точка T – точка пересечения прямой линии, уравнение которой

$$\overline{Lq}(t) = \overline{rF} + \overline{q} \cdot t \quad (1)$$

и плоскости

$$\overline{rP}(u, v) = \overline{rM} + u \cdot \overline{t1} + v \cdot \overline{t2}. \quad (2)$$

Решая совместно эти два уравнения, найдем значения t, u, v . Подставляя найденные значения в уравнения прямой и плоскости, вычислим координаты точки T .

В геоинформатике нередко возникает необходимость проецирования на плоскость не многоугольников, а пространственных кривых. Проекция заданной пространственной кривой rL на заданную плоскость rP является линией пересечения заданной плоскости с линейчатой поверхностью [11]. Проецируемая кривая при этом служит направляющей линейчатой поверхности, а направление проецирования совпадает с направлением прямой – образующей линейчатой поверхности. Уравнение (1) в этом случае заменяется уравнением линейчатой поверхности.

В качестве примера показаны параллельная (рис. 3, а) и центральная (рис. 3, б) проекции пространственной кривой на плоскость.

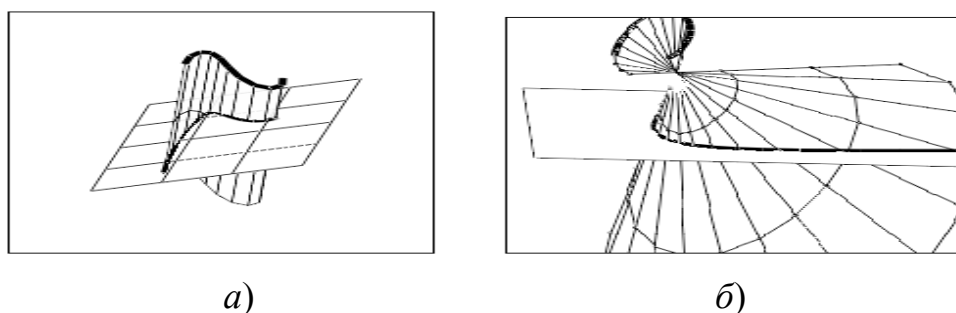


Рис. 3. Проекция пространственной кривой на плоскость:

а) параллельная; б) центральная

На этом рисунке исходная (проецируемая) кривая показана утолщенной линией на краю линейчатой поверхности, а проекции этой кривой – утолщенной линией пересечения линейчатой поверхности и плоскости проецирования.

При проецировании заданной кривой не на плоскость, а на другую (отличную от плоскости) поверхность, проекция кривой определяется линией пересечения этой поверхности и линейчатой поверхности, для которой заданная кривая служит направляющей линией. В этом случае уравнение (1) заменяется уравнением линейчатой поверхности, а уравнение (2) – уравнением поверхности проецирования.

На рис. 4 показан пример параллельного проецирования кривой на поверхность эллипсоида. Так как линейчатая поверхность пересекает поверхность эллипсоида дважды, то имеются две проекции кривой. Чтобы увидеть эти проекции, на рис. 4 изображение дано с двух различных точек обзора.

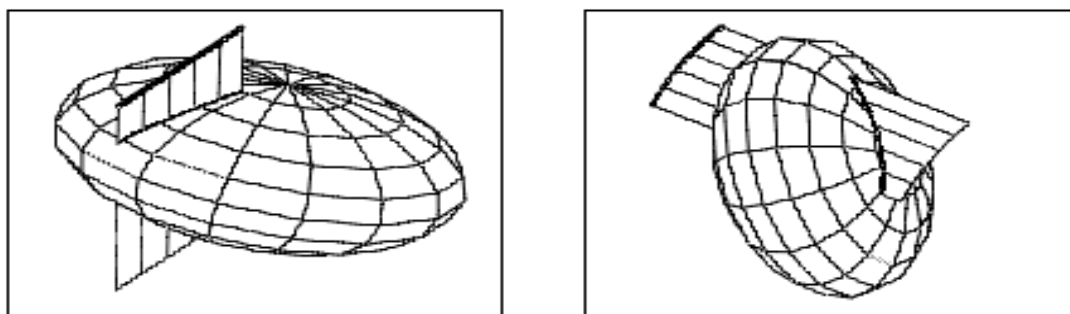


Рис. 4. Параллельная проекция кривой на эллипсоид

Проецируемая кривая показана утолщенной линией на краю линейчатой поверхности, а ее проекция – линия пересечения эллипсоида и линейчатой поверхности – утолщенной линией на эллипсоиде.

Рассмотрим теперь центральное проецирование пространственной кривой на поверхность эллипсоида. Исходную ситуацию приведем на рис. 5.

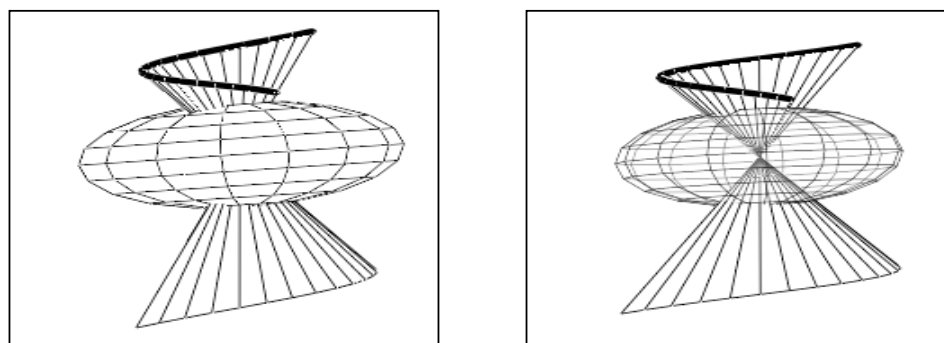


Рис. 5. Исходная ситуация центрального проецирования кривой на эллипсоид

Проецируемая кривая обозначена утолщенной линией на краю линейчатой поверхности, центр проецирования расположен внутри эллипсоида. Как и при параллельном проецировании, проекцией кривой на поверхность является линия пересечения поверхности эллипсоида и линейчатой поверхности, направляющей для которой служит проецируемая кривая. На рис. 6 приведен пример центрального проецирования кривой на поверхность эллипсоида. Проекция исходной кривой на «верхнюю» и «нижнюю» поверхности эллипсоида показаны утолщенной линией.

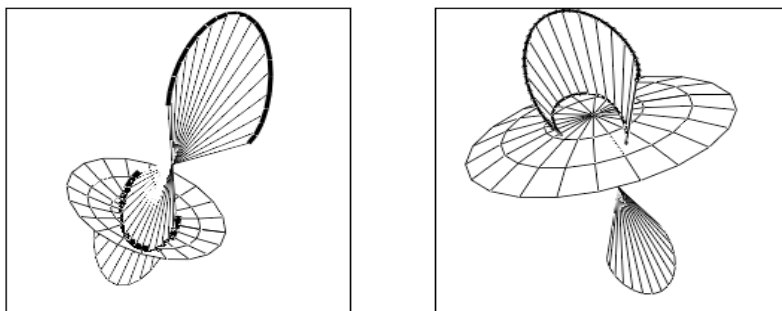


Рис. 6. Центральное проецирование кривой на поверхность сферы

Рассмотренные задачи и приведенные примеры позволяют решать разнообразные задачи геометрического моделирования сфероидической геодезии, картографии, прикладной геоинформатики и др. В качестве примера на рис. 7 приведены результаты геометрического моделирования прямого и обратного нормального сечения поверхности эллипсоида вращения плоскостью.

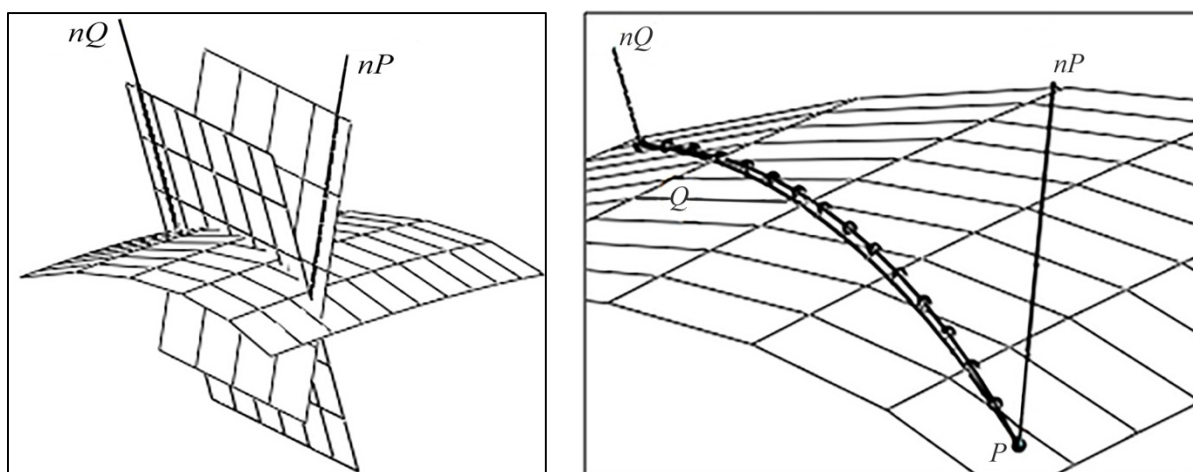


Рис. 7. Прямое и обратное нормальное сечения эллипсоида вращения:

а) общая ситуация; б) прямое и обратное нормальное сечение эллипсоида вращения

На рис. 7 обозначено: nP , nQ – нормали к поверхности эллипсоида в точках P и Q . На этом рисунке прямое сечение показано кривой линией с точками, а обратное нормальное сечение – простой линией.

Выводы

1. Изложен метод проецирования пространственных кривых на заданную поверхность.

2. Приведены примеры проецирования пространственных кривых на поверхность эллипсоида.

3. Приведены результаты геометрического моделирования прямого и обратного нормального сечения эллипсоида вращения.

4. Изложенный метод позволяет проецировать границы областей, заданных на физической поверхности Земли, на другую поверхность и использовать эти результаты для определения формы и размеров этих проекций и их изменений во времени.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Вовк И. Г. Математическое моделирование в прикладной геоинформатике // Вестник СГГА. – 2012. – Вып. 1 (17). – С. 94–103.
2. Вовк И. Г. Моделирование в прикладной геоинформатике // Вестник СГГА. – 2011. – Вып. 1 (14). – С. 69–76.
3. Вовк И. Г. Отображение пространственных кривых на заданную поверхность в задачах прикладной геоинформатики // Вестник СГГА. – 2014. – Вып. 4 (28). – С. 112–124.
4. Лаптев Г. Ф. Элементы векторного исчисления. – М. : Наука, 1975. – 336 с.
5. Фокс А., Пратт М. Вычислительная геометрия. Применение в проектировании и на производстве. – М. : Мир, 1982. – 304 с.
6. Вовк И. Г. Математическое моделирование эволюции геофизических полей // Геодезия и картография. – 1997. – Вып. 8. – С. 6–11.
7. Вовк И. Г. Вариации гравитационного поля при изменении уровня водохранилища // Геодезия и картография. – 1982. – Вып. 9. – С. 12–15.
8. Обиденко В. И. Технология определения метрических параметров территории Российской Федерации по геопространственным данным // Вестник СГГА. – 2012. – Вып. 3 (19). – С. 3–11.
9. Обиденко В. И. Разработка и исследование специализированной программы для определения метрических параметров территории Российской Федерации // Вестник СГГА. – 2012. – Вып. 3 (19). – С. 18–29.
10. Виноградов И. Н. [ред.]. Математическая энциклопедия. – М. : Советская энциклопедия, 1977. – Т. 4.
11. Постников М. М. Лекции по геометрии. Семестр II. – М. : Наука, – 1979. – 312 с.

Получено 30.03.2019

© И. Г. Вовк, А. А. Епифанцева, 2019

THE PROJECTION OF SPATIAL CURVES ON A GIVEN SURFACE IN APPLIED GEOINFORMATICS

Igor G. Vovk

Novosibirsk, Russia, D. Sc., Professor, e-mail: vovkig383@rambler.ru

Anna A. Epifantseva

Exlinguo LLC, 39, Romanova St., Novosibirsk, 630091, Russia, Faculty Member, e-mail: Anuta_m@rambler.ru

In Geoinformatics, the purpose of studying systems is to determine their space-time state, i.e. to determine the shape, size and position in space as functions of time. The shape and size of the system are determined by the boundary separating the system from the environment.

Geometrical images of this boundary are lines and surfaces. One of the tasks of determining the space-time state of the systems is to display the curved boundaries of the systems on a given surface. In applied Geoinformatics and cartography such problems are solved by depicting the relief of the physical fields of the Earth, various linear objects, curved boundaries of natural and artificial systems, etc. In general case, the boundary of the system is determined either by a set of points belonging to it or by a certain functional dependence. The article deals with the display of curvilinear boundaries of systems with parallel and Central projection on a given surface.

Key words: parallel projection, central projection, ruled surface, ORT vector of projection direction, curvilinear boundary of the system.

REFERENCE

1. Vovk, I. G. (2012). Mathematical modeling in applied geoinformatics. *Vestnik SGGGA [Vestnik SSGA]*, 1(17), 94–103 [in Russian].
2. Vovk, I. G. (2011). Modeling in applied geoinformatics. *Vestnik SGGGA [Vestnik SSGA]*, 1(14), 69–76 [in Russian].
3. Vovk, I. G. (2014). Reflecting the space curves on the given plain when solving tasks of applied geoinformatics. *Vestnik SGGGA [Vestnik SSGA]*, 4(28), 112–124 [in Russian].
4. Laptev, G. F. (1975). *Elementy vektornogo ischisleniya [Elements of vector calculus]*. Moscow: Nauka Publ., 336 p. [in Russian].
5. Fox, A., & Pratt, M. (1982). *Vychislitel'naya geometriya. Primenenie v proektirovanii i na proizvodstve [Computational geometry. Application in engineering and in industry]*. Moscow: Mir Publ., 304 p. [in Russian].
6. Vovk, I. G. (1997). Mathematical modeling of geophysical fields evolution. *Geodeziya i kartografiya [Geodesy and Cartography]*, 8, 6–11 [in Russian].
7. Vovk, I. G. (1982). Variations of gravitational field at changing of water reservoir level. *Geodeziya i kartografiya [Geodesy and Cartography]*, 9, 12–15 [in Russian].
8. Obidenko, V. I. (2012). Technology of metric parameters definition for the territory of Russian Federation as per geospatial data. *Vestnik SGGGA [Vestnik SSGA]*, 3(19), 3–11 [in Russian].
9. Obidenko, V. I. (2012). Development and study of specialized program for definition of metric parameters of the territory of the Russian Federation. *Vestnik SGGGA [Vestnik SSGA]*, 3(19), 18–29 [in Russian].
10. Vinogradov I. N. (Ed.). (1977). *Matematicheskaya enciklopediya: T. 4 [Mathematical encyclopedia: Vol. 4]*. Moscow: Soviet Encyclopedia Publ. [in Russian].
11. Postnikov M. M. (1079). *Lekcii po geometrii. Semestr II [Lectures in geometry. Semester II]*. Moscow: Nauka Publ., 312 p. [in Russian].

Received 30.03.2019

© I. G. Vovk, A. A. Epifantseva, 2019